



# Réduction active des vibrations et des bruits d'une machine électrique par la stratégie de commande.

Maud Geoffriault

## ► To cite this version:

Maud Geoffriault. Réduction active des vibrations et des bruits d'une machine électrique par la stratégie de commande.. Autre. CentraleSupélec, 2015. Français. NNT: 2015CSUP0003 . tel-01349317

**HAL Id: tel-01349317**

**<https://theses.hal.science/tel-01349317>**

Submitted on 27 Jul 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



CentraleSupélec

n° d'ordre : 2015-03-TH

**CentraleSupélec**

**ECOLE DOCTORALE STITS**

« Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes »

**THÈSE DE DOCTORAT**

**DOMAINE : STIC**

**Spécialité : Automatique**

**Soutenue le 3 février 2015**

**Par :**

**Maud GEOFFRIAULT**

**Réduction active des vibrations et des bruits d'une  
machine électrique par la stratégie de commande**

**Directeur de la thèse :** Emmanuel GODOY      Professeur (CentraleSupélec)  
**Co-encadrants :** Dominique BEAUVOIS      Professeur (CentraleSupélec)  
Gwennaël FAVENNEC      Ingénieur (Renault)

**Composition du jury :**

|                     |                    |   |
|---------------------|--------------------|---|
| Président du Jury : | Vincent LANFRANCHI | Professeur des Universités<br>(Université Technologique de Compiègne) |
| Rapporteurs :       | Michel BASSET      | Professeur des Universités<br>(Université de Haute-Alsace)            |
|                     | Mickaël HILAIRET   | Professeur des Universités<br>(Université de Franche-Comté)           |
| Examineurs :        | Dominique BEAUVOIS | Professeur (CentraleSupélec)  |
|                     | Demba DIALLO       | Professeur des Universités (Université Paris-Sud)                     |
|                     | Gwennaël FAVENNEC  | Ingénieur (Renault)   |
|                     | Emmanuel GODOY     | Professeur (CentraleSupélec)  |
|                     | Louis HUMBERT      | Ingénieur (BMW)   |



*Pour mes parents, qui m'ont accompagnée jusqu'ici*

*Pour mes sœurs et mon frère que j'aime tant*

*Pour Thomas*





# Remerciements

Je voudrais commencer par exprimer ma reconnaissance à Emmanuel Godoy, mon directeur de thèse, pour sa présence et son implication tout au long de ma thèse. Manu, cette présence et cette implication ont été précieuses pour mener à bien ce travail et j'ai apprécié de travailler avec toi pendant ces trois ans.

Je souhaite remercier aussi Dominique Beauvois à Supélec pour son encadrement technique en Automatique ainsi que Gwennaël Favennec à Renault, qui a mis en place ce sujet. Merci Gwen pour tes conseils constructifs et pour tout ce que j'ai pu apprendre à tes côtés à Renault.

Je voudrais remercier également Christophe Develay, chef de l'UET GMP Electrique et Chaine Cinématique à Renault pour son accueil au sein de son équipe.

Je n'oublie pas Patrick Boucher et Didier Dumur, qui m'ont accueillie au Département Automatique et qui ont contribué à faire de ces trois années une réussite.

Un grand merci également à Michel Basset et Mickaël Hilaret pour avoir accepté d'être rapporteurs sur cette thèse.

Mes remerciement vont ensuite à Vincent Lanfranchi pour avoir accepté de présider mon jury de thèse, ainsi qu'à Demba Diallo pour avoir accepté de participer à ce jury.

Je souhaite également remercier Louis Humbert d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse, ainsi que pour sa collaboration constructive à ce travail.

Du côté de Renault, je voudrais remercier les membres de mon UET, Jacques, Didier, David, Jacques, Sameh, Issam, Jean-Louis, Vincent, merci pour les bons moments passés avec vous. Je ne peux pas citer tout le monde, mais tout ceux que j'ai cotoyés au L55 se reconnaîtront dans ces remerciements, je l'espère. J'ai une pensée particulière pour Philippe, et Jean-Luc ainsi que Nicolas son jeune Padawan dont j'ai pu faire la connaissance durant ma dernière série d'essais.

Pour la partie mécanique, j'ai pu compter sur l'aide et les conseils de Guillaume Puel, que je remercie vivement pour sa collaboration.

Je remercie du fond du cœur l'ensemble des membres permanents du Département Automatique de Supélec, pour leur accueil inestimable au sein de l'équipe. Je n'oublierai pas ces trois années passées parmi vous.

Que serait le département Automatique sans ses doctorants (et post-doctorants!) : Younane, Julien, Serge, Ali, qui ont été là à mes débuts au département, Christophe, qui a commencé sa thèse en même temps, Vasso, Marjorie, Vanessa et tous ceux qui j'ai pu oublier de citer.

Une pensée pour Miassa, qui a partagé mon bureau pendant deux ans, et pour Sophie qui est venue nous rejoindre. Merci les filles pour toutes les discussions et tous les moments

---

de détente que nous avons pu partager, et que nous continuerons (longtemps je l'espère !) de partager. Votre présence, dans les moments de détente comme dans les moments de stress m'a été précieuse.

Merci à Thomas, qui a su m'écouter, me comprendre, me soutenir et surtout me supporter dans tous les sens du terme pendant ces trois années pas toujours faciles, tout en menant à bien son propre travail de thèse.

Enfin je pense à mes parents et à ma famille, qui m'ont soutenue dans ce projet, et qui ont pris le temps de relire l'orthographe de ce manuscrit.

# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Vibrations et réduction : état de l'art</b>                   | <b>3</b>  |
| 1.1      | Bruits et vibrations dans un véhicule électrique . . . . .       | 3         |
| 1.1.1    | Bruits et vibrations dans un véhicule thermique . . . . .        | 3         |
| 1.1.2    | Bruits spécifiques au véhicule électrique . . . . .              | 4         |
| 1.2      | Bruits et vibrations d'origine électromagnétique . . . . .       | 6         |
| 1.2.1    | Efforts électromagnétiques . . . . .                             | 6         |
| 1.2.2    | Vibrations du stator . . . . .                                   | 10        |
| 1.2.3    | Création du bruit . . . . .                                      | 11        |
| 1.3      | Amélioration du bruit d'une machine électrique . . . . .         | 12        |
| 1.3.1    | Limitation des harmoniques spatiaux . . . . .                    | 12        |
| 1.3.2    | Décalage des harmoniques temporels . . . . .                     | 13        |
| 1.3.3    | Limitation des harmoniques temporels . . . . .                   | 14        |
| 1.3.4    | Empêcher les vibrations du stator . . . . .                      | 17        |
| 1.4      | Réduction active de vibrations dans d'autres domaines . . . . .  | 18        |
| 1.4.1    | Vibrations dans l'automobile . . . . .                           | 18        |
| 1.4.2    | Commande de systèmes élastiques . . . . .                        | 18        |
| 1.4.3    | L'observation pour réduire les oscillations . . . . .            | 19        |
| 1.4.4    | Contrôle actif de bruit . . . . .                                | 20        |
| 1.5      | Positionnement de l'étude . . . . .                              | 22        |
| <b>2</b> | <b>Modélisation</b>  | <b>23</b> |
| 2.1      | Modèle mécanique du stator . . . . .                             | 23        |
| 2.1.1    | Approximation par un anneau mince . . . . .                      | 24        |
| 2.1.2    | Approximation par un cylindre . . . . .                          | 29        |
| 2.1.3    | Vers un modèle plus réaliste du stator . . . . .                 | 34        |
| 2.2      | Modèle électrique de la machine . . . . .                        | 39        |
| 2.2.1    | Équations en triphasé . . . . .                                  | 39        |
| 2.2.2    | Transformation de Park . . . . .                                 | 39        |
| 2.2.3    | Représentations d'état du modèle de la machine . . . . .         | 42        |
| 2.2.4    | Non-linéarité du modèle de la machine . . . . .                  | 43        |
| 2.2.5    | Découplage des axes $d$ et $q$ . . . . .                         | 45        |
| 2.3      | Harmoniques dans les différents repères . . . . .                | 47        |
| 2.3.1    | Effet de la transformation de Park sur les harmoniques . . . . . | 47        |
| 2.3.2    | Harmoniques vibratoires . . . . .                                | 50        |
| 2.3.3    | Bilan . . . . .  | 50        |

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 2.4      | Présentation de la régulation principale . . . . .                        | 52         |
| 2.5      | Conclusions partielles . . . . .  | 54         |
| <b>3</b> | <b>Identification</b>   | <b>55</b>  |
| 3.1      | Conditions expérimentales . . . . .                                       | 55         |
| 3.1.1    | Description du banc vibratoire . . . . .                                  | 55         |
| 3.1.2    | Contraintes inhérentes à l'expérimentation . . . . .                      | 58         |
| 3.1.3    | Choix du point de fonctionnement . . . . .                                | 63         |
| 3.2      | Méthodes d'identification pour la machine électrique . . . . .            | 67         |
| 3.2.1    | Signaux d'excitation utilisés . . . . .                                   | 67         |
| 3.2.2    | Procédure d'identification . . . . .                                      | 68         |
| 3.3      | Validation du modèle électrique . . . . .                                 | 74         |
| 3.3.1    | Identification en simulation du modèle complet . . . . .                  | 74         |
| 3.3.2    | Résultats expérimentaux . . . . .   | 77         |
| 3.3.3    | Prise en compte des variations de vitesse . . . . .                       | 87         |
| 3.3.4    | Conclusions partielles . . . . .  | 91         |
| <b>4</b> | <b>Stratégies de commande dédiées au NVH</b>                              | <b>93</b>  |
| 4.1      | Formalisation du problème de commande . . . . .                           | 93         |
| 4.2      | Régulation H-infini . . . . .   | 96         |
| 4.2.1    | Bref rappel sur la synthèse H-infini . . . . .                            | 96         |
| 4.2.2    | Application à la réduction d'harmoniques . . . . .                        | 97         |
| 4.2.3    | Loi de commande synthétisée . . . . .                                     | 99         |
| 4.2.4    | Validation en simulation . . . . .  | 100        |
| 4.3      | Compensation par observation . . . . .                                    | 103        |
| 4.3.1    | Modélisation de l'origine de l'harmonique de courant visé . . . . .       | 103        |
| 4.3.2    | Etude de principe : approche à temps continu . . . . .                    | 103        |
| 4.3.3    | Adaptation à la réalisation en temps discret . . . . .                    | 107        |
| 4.4      | Analyse de robustesse . . . . .   | 116        |
| 4.4.1    | Évaluation des marges de stabilité garanties . . . . .                    | 116        |
| 4.4.2    | Analyse de la robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques . . . . . | 117        |
| 4.4.3    | Analyse de la robustesse pour les lois de commande proposées . . . . .    | 119        |
| 4.5      | Comparaison : résultats expérimentaux . . . . .                           | 122        |
| 4.5.1    | Résultats expérimentaux pour la commande H-infini . . . . .               | 122        |
| 4.5.2    | Résultats expérimentaux pour l'observateur à temps continu . . . . .      | 122        |
| 4.5.3    | Résultats expérimentaux pour l'observateur à temps discret . . . . .      | 124        |
| 4.5.4    | Conclusion . . . . .  | 128        |
| <b>5</b> | <b>Conclusions et perspectives</b>  | <b>129</b> |
| 5.1      | Conclusions . . . . .   | 129        |
| 5.2      | Perspectives . . . . .  | 132        |
| <b>A</b> | <b>Identification des modèles d'ordre 1</b>                               | <b>139</b> |
| <b>B</b> | <b>Robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques</b>                  | <b>143</b> |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>C</b> | <b>Acronymes et notations utilisés</b> | <b>147</b> |
|----------|--|------------|



# Publications

## Communications avec actes

1. M. Geoffriault, E. Godoy, D. Beauvois, and G. Favennec. Active reduction of vibrations in synchronous motors. In *Industrial Electronics Society, IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE*, pages 3293–3298, Nov 2013.
2. M. Geoffriault, E. Godoy, D. Beauvois, and G. Favennec. Active reduction of vibrations in synchronous motors by use of an estimator. In *Control Applications (CCA), 2013 IEEE International Conference on*, 2013.
3. M. Geoffriault, E. Godoy, D. Beauvois, and G. Favennec.  $H_\infty$  control for vibrations of a wound rotor synchronous machine. In *Applied Mechanics and Materials Journal*, International Conference on Mechanics and Control Engineering, 2014.

## Communications sans actes

1. M. Geoffriault, E. Godoy, D. Beauvois, and G. Favennec. *Réduction active de vibrations et de bruits d’une machine électrique par l’utilisation d’un observateur*. GDR MACS-SEEDS Commande des Systèmes Electriques, Mars 2013.





# Introduction

Dans le contexte actuel de lutte contre le réchauffement climatique, la réduction des émissions de gaz à effet de serre est un point clé. Selon l'Agence Européenne pour l'Environnement (AEE), les transports routiers sont responsables de 17,5% de ces émissions [21]. De plus, les véhicules à moteurs thermiques sont responsables de l'émission de gaz polluants tels que les oxydes d'azote (NOx) jugés dangereux par l'Organisation Mondiale de la Santé (OMS). Pour tenter de limiter ces émissions, des normes s'appliquant aux nouveaux véhicules en circulation ont été mises en place par la Commission Européenne. Ainsi, la norme Euro 6 doit entrer en vigueur au 1<sup>er</sup> septembre 2015 pour la mise en circulation des nouveaux véhicules légers. Les transports routiers sont également à l'origine d'une pollution sonore que l'OMS a reliée à une dégradation de la qualité de vie et de la santé en Europe [67].

L'augmentation de la motorisation électrique des véhicules légers semble être une réponse viable à ces deux types de pollutions. Elle passe dans un premier temps par l'hybridation des moteurs à différents niveaux, du stop-and-start au véhicule tout hybride qui peut rouler en mode électrique uniquement.

La voiture électrique, elle, connaît un renouveau après avoir été abandonnée au profit des véhicules thermiques au début du XX<sup>ème</sup> siècle. Rappelons par exemple que le premier véhicule à avoir franchi les 100 km/h fut la *Jamais Contente* en 1899, qui était électrique, et que Renault commercialisait des camionnettes de livraison à motorisation électrique dans les années 1920. Aujourd'hui ces véhicules connaissent un regain d'intérêt en raison de la faible émission de gaz à effet de serre lors de l'usage. En effet, les seuls gaz à effet de serre émis proviennent de la production de l'électricité qui sert à les alimenter et dépendent donc du mix énergétique du pays d'utilisation. De plus, elle est à juste titre réputée beaucoup plus silencieuse que les véhicules thermiques.

Cependant, pour un véhicule électrique comme pour un véhicule thermique, les caractéristiques de bruits et de vibrations ou caractéristiques NVH (*Noise, Vibrations and Harshness*) sont analysées avec attention par les constructeurs. En effet, il s'agit d'une problématique importante sur trois aspects. D'abord, les vibrations et les bruits sont une question de confort des usagers. Ensuite, limiter le bruit d'un véhicule permet de limiter la pollution sonore liée à son usage. Enfin, la présence de vibrations trop importantes peut mener à une usure prématurée des composants.

Si les niveaux de bruits et de vibrations d'un moteur électrique sont très bas par rapport à ceux d'un moteur thermique, essence ou diesel, il n'est pas pour autant complètement silencieux. Avec l'usage, l'oreille deviendra sensible au faible niveau de bruit d'un véhicule électrique et commencera à percevoir les sons propres à son moteur. Or le bruit émis par un moteur électrique est constitué de sons monochromatiques beaucoup plus

désagréables que le spectre étalé du son d'un moteur thermique. Les vibrations quant à elles sont susceptibles de se propager dans toutes les composantes de la chaîne de traction de la voiture. Il est donc important de réduire au maximum les bruits et vibrations émis par le moteur.

L'optimisation de la structure de la machine électrique peut permettre de minimiser ces émissions, mais la mise en œuvre de cette optimisation peut être coûteuse en temps et en processus de fabrication. La solution retenue dans le cadre de cette étude, réalisée en contrat CIFRE avec Renault, est la mise en place de méthodes actives de réduction de bruit, au moyen de lois de commande appliquées au groupe moto-propulseur. Cette solution présente l'avantage de ne pas être spécifique au moteur servant de support à l'étude et de s'intégrer facilement à des solutions techniques de pilotage du moteur déjà existantes.

La première partie de ce manuscrit (Chapitre 1) sera consacrée à l'état de l'art concernant les différents bruits des machines électriques. Après avoir présenté les phénomènes entraînant la création de bruits dans les véhicules électriques, nous nous intéressons plus particulièrement au bruit d'origine électromagnétique produit par le moteur. Les phénomènes à l'origine de ce bruit sont présentés, puis nous exposons les principaux résultats de la littérature scientifique concernant sa réduction, tant passive qu'active. Diverses méthodes permettant la réduction de vibrations et de bruits dans d'autres secteurs que celui des machines électriques sont ensuite introduites.

Le deuxième chapitre de ce manuscrit expose de manière théorique le comportement de la machine et de son environnement. Ainsi, le comportement mécanique du stator est abordé, au travers d'approximations par un anneau mince et par un cylindre mince dans un premier temps, puis à l'aide d'une modélisation par éléments-finis dans un second temps. Le modèle électrique nominal de la machine triphasée qui sert de support à l'étude est ensuite présenté, ainsi que ses différentes non-linéarités. Ce modèle étant établi dans le repère de Park, nous récapitulerons les liens entre les différents repères triphasé, de Park et vibratoire en vue d'établir la relation entre les harmoniques dans ces différents repères. Enfin, un élément essentiel de l'environnement de la machine est présenté, la régulation en couple et en vitesse, ainsi que la boucle de régulation en courant associée. Ces deux boucles de régulation ne font pas l'objet de cette étude et ont déjà été mises en place par les équipes de Renault. De fait, la régulation dédiée aux harmoniques que nous proposons vient en complément de cette régulation.

Le troisième chapitre de ce manuscrit concerne les conditions expérimentales pour les tests effectués sur le moteur, ainsi que l'identification et la validation des paramètres du modèle nominal électrique de la machine. Après avoir présenté le banc d'essais sur lequel les tests ont été réalisés, on exposera les méthodes d'identification utilisées sont exposées. Elles sont ensuite appliquées pour vérifier les paramètres du modèle nominal de la machine électrique.

Enfin, dans le quatrième chapitre, les lois de commande dédiées à la réduction d'un harmonique de courant à l'origine de vibrations de la machine sont présentées. La synthèse  $H_\infty$  de cette régulation est exposée dans un premier temps, puis une compensation de perturbation par le biais d'un observateur est mise en place. Les résultats expérimentaux de ces deux méthodes sont ensuite présentés et analysés.

# Chapitre 1

## Vibrations et réduction : état de l'art

Dans ce chapitre, on présente l'état de l'art concernant les bruits et vibrations dans un véhicule électrique. Ceux-ci présentent des points communs (bruits de roulement par exemple) et des différences (bruits liés à la motorisation) avec les véhicules thermiques.

Pour les bruits spécifiques à la motorisation électrique, l'accent est porté sur l'analyse du bruit d'origine électromagnétique. Celui-ci provient de la vibration des différents éléments du groupe motopropulseur électrique sous l'action des efforts électromagnétiques intrinsèques au fonctionnement de la machine. L'état de l'art concernant les origines du contenu harmonique de ces efforts est exposé.

On présente ensuite les solutions qui existent dans la littérature pour réduire les vibrations d'une machine électrique. Ces solutions peuvent être structurelles, s'intéressant à la configuration de la machine. Elles peuvent aussi porter sur l'électronique de puissance alimentant la machine, qui est à l'origine de la plupart des harmoniques temporels des efforts électromagnétiques. Une autre approche proposée dans la littérature consiste en la mise en place de méthodes actives visant à diminuer la distorsion harmonique des courants circulant dans la machine. Ces solutions peuvent enfin consister en des méthodes de commande d'actionneurs visant à amortir les vibrations du stator.

Un état de l'art concernant la réduction des vibrations dans des domaines autres que celui des machines électriques est ensuite proposé. Cela permet d'envisager de nouvelles perspectives concernant la réduction active des vibrations de la machine électrique.

### 1.1 Bruits et vibrations dans un véhicule électrique

#### 1.1.1 Bruits et vibrations dans un véhicule thermique

Dans un véhicule thermique, il existe plusieurs sources de bruit. À basse vitesse, la source principale est le groupe moto-propulseur de la voiture. Pour un moteur thermique, diesel ou essence, le bruit entendu est un bruit basse fréquence dont le spectre est très étalé. Le détail des composantes de ce bruit est présenté par Leclerc [42] :

- la composante la plus évidente est le bruit de combustion. Celui-ci est généré à l'intérieur du moteur, lors des explosions qui se produisent dans les cylindres ;
- la courroie de distribution est elle aussi à l'origine de différents phénomènes acoustiques, d'une part à cause des chocs avec la poulie qui l'entraîne et d'autre part à

cause de phénomènes vibratoires liés à des modes élastiques ;

- les mouvements des pignons des boîtes de vitesse sont également source de bruits, dûs là encore à des chocs lors de la transmission de couple.

L'admission via le radiateur et l'échappement des gaz de combustion contribuent également à la production de bruit par un moteur thermique.

S'entendent également le bruit créé par le contact entre le pneu et la route ainsi que le bruit aérodynamique, qui devient prédominant dans l'habitacle au-delà de 100km/h [17]. Plusieurs mécanismes sont à l'origine de la création du bruit aérodynamique dans l'habitacle, principalement liés aux turbulences qui se forment dans l'air lorsqu'il est traversé par le véhicule. Ces turbulences peuvent entraîner la vibration de la carrosserie et du châssis de la voiture ou créer du bruit par le passage de l'air à travers les joints (par exemple au niveau des vitres). D'autres phénomènes peuvent contribuer à la production de bruit. Ainsi, lorsque l'une des vitres est ouverte, l'air en entrant en résonance avec l'habitacle crée un bruit très basse fréquence, de spectre étroit.

En ce qui concerne le bruit provenant du roulement de la roue sur la route, il vient majoritairement de l'effet « ventouse » dû à l'adhérence du pneu sur la route. Ainsi, lorsque le pneu se soulève sur la route, l'air entre en vibration à cause de cet effet ventouse, se déplaçant en-dedans et en-dehors des irrégularités du pneu et de la route [17]. De plus, le mouvement sur une surface irrégulière entraîne des vibrations dans le pneu et la roue, qui se propagent via la chaîne de traction du véhicule jusqu'à l'habitacle.

### 1.1.2 Bruits spécifiques au véhicule électrique

Dans les véhicules électriques, on retrouve les bruits de roulement et le bruit d'origine aérodynamique. Il n'y a cependant plus les bruits liés au moteur thermique et aux phénomènes de combustion, dont les bruits d'admission et d'échappement des gaz. Il ne faut pas en conclure pour autant que les moteurs électriques, dont sont équipés ces véhicules, sont parfaitement silencieux. Ainsi, on trace l'évolution lors d'une montée en régime du niveau des différents harmoniques du son produit par le moteur en fonction du régime, pour un moteur diesel et pour un moteur électrique. Ce graphique appelé sonagramme est montré à la Figure 1.1. Si les niveaux de bruit d'un moteur électrique sont bien plus bas que ceux du moteur diesel, ils sont aussi caractérisés par un spectre beaucoup moins étalé constitué de raies. Ce type de bruit peut s'avérer désagréable pour l'utilisateur.

Les machines électriques génèrent des bruits qui peuvent être classés en trois types : mécanique, aéraulique et électromagnétique. Le bruit mécanique provient notamment des balourds créés par la dissymétrie de la machine, le plus connu étant l'excentricité de l'axe du rotor [14]. Le mouvement du rotor a par exemple été analysé par Bekemans [6]. D'autres pièces de la chaîne de traction, telles que les roulements, peuvent également intervenir dans la production de bruit. Les roulements peuvent en effet amener des harmoniques vibratoires liés à la vitesse de rotation ainsi que l'a décrit Kasper [36].

Le bruit aéraulique provient de la circulation des fluides de refroidissement dans la machine. Ce fluides sont par exemple de l'eau ou de l'air. La circulation de l'air peut être créée par un ventilateur dédié intégré à la machine. Ce ventilateur est générateur de bruit, comme l'expose Kasper [36]. Celui-ci souligne qu'il est difficile de quantifier précisément

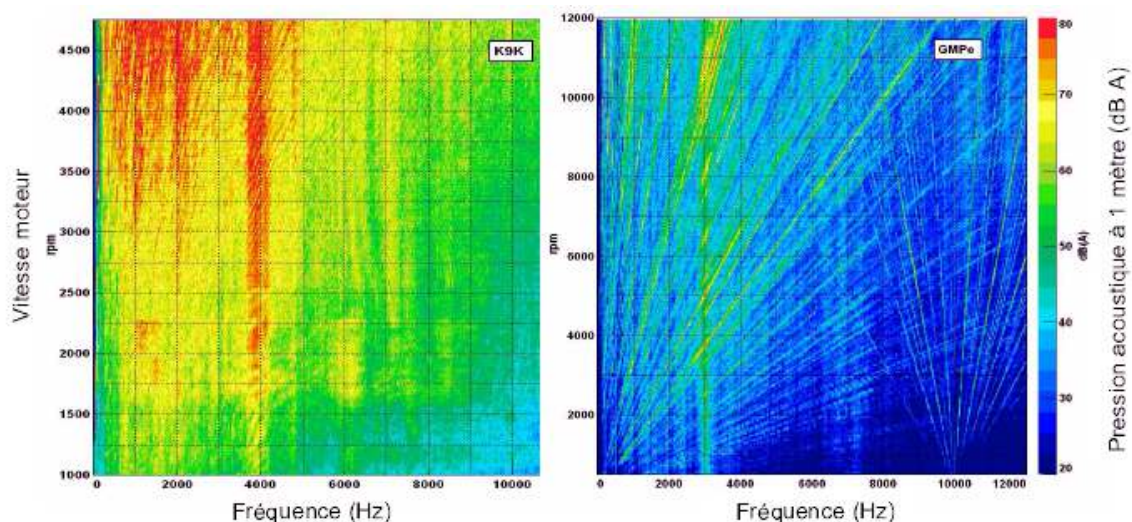


FIGURE 1.1 – Sonagrammes d’un moteur diesel (à gauche) et d’un moteur électrique (à droite)

le bruit créé par le ventilateur, mais que l’on peut identifier ses différentes sources comme étant les turbulences de l’air, les interactions entre l’air et les pales du ventilateur et entre l’air et les différentes composantes de la machine.

Ces deux types de bruit mécanique et aéraulique sont prédominants à haute vitesse [14].

Le bruit électromagnétique est appelé ainsi parce qu’il provient des vibrations de la structure de la machine sous l’effet des efforts électromagnétiques internes. Il est prédominant à basse vitesse. Les efforts électromagnétiques à l’origine de ce bruit sont détaillés dans la section suivante.

## 1.2 Bruits et vibrations d'origine électromagnétique

La chaîne de création du bruit d'origine électromagnétique est représentée par le schéma de la Figure 1.2. La machine électrique étudiée est décomposée en deux parties :

- d'une part, une partie électrique qui comprend les courants et tensions ainsi que les champs électromagnétiques qui sont créés par les différents bobinages ;
- d'autre part, la structure mécanique qui peut vibrer, en interagissant avec les champs électromagnétiques dont certains harmoniques sont susceptibles d'exciter ses modes de résonance.

Les phénomènes mécaniques à l'origine de ces vibrations sont détaillés au Chapitre 2. Sous l'effet de ces vibrations, la pression de l'air environnant varie périodiquement, entraînant la création d'une onde sonore et donc de bruit. Les bobinages de la machine sont alimentés en tension par un onduleur, lui-même piloté grâce à une stratégie de Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI). L'impact de ces différents éléments sur le bruit produit par la machine électrique est également analysé.

### 1.2.1 Efforts électromagnétiques

Les champs électromagnétiques dans la machine sont à l'origine du couple s'appliquant sur le rotor, lors de son fonctionnement. Sur la Figure 1.3 sont représentées les lignes de champ électromagnétique circulant dans le circuit magnétique (stator et rotor) d'une machine à réluctance variable [48]. Ces champs électromagnétiques sont responsables de la création de forces sur le stator, qui peuvent se décomposer en une composante tangentielle et une composante radiale. Cette composante tangentielle, appliquée au rotor, crée un couple. La composante radiale de ces efforts vient exciter directement le stator. Ces efforts peuvent être reliés directement aux courants circulant dans les différents bobinages et à la structure mécanique de la machine. Ceci permet de déterminer les sources des harmoniques qu'ils contiennent.

#### 1.2.1.1 Tenseur de Maxwell

Les efforts exercés par les champs magnétiques sur les différents éléments de la machine ont été regroupés au sein d'un tenseur appelé tenseur de Maxwell. Il est présenté entre autres par Bekemans [6], Le Besnerais [39] et Pellerey [53]. Il exprime la force exercée sur un élément de surface par le champ magnétique.

Cette force peut être décrite par deux composantes, radiale et tangentielle. La composante radiale agit directement sur le stator. Elle est généralement considérée comme celle

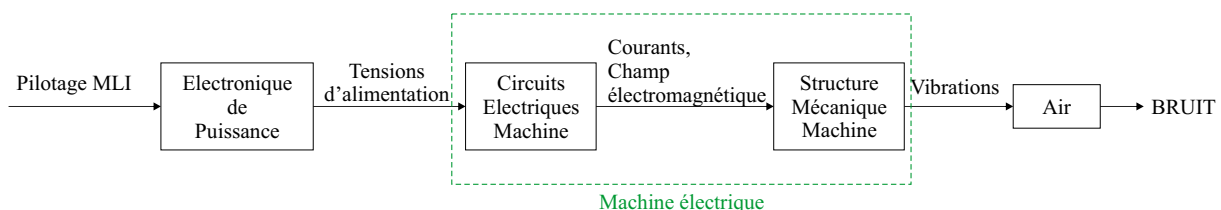


FIGURE 1.2 – Processus de création du bruit d'origine électromagnétique

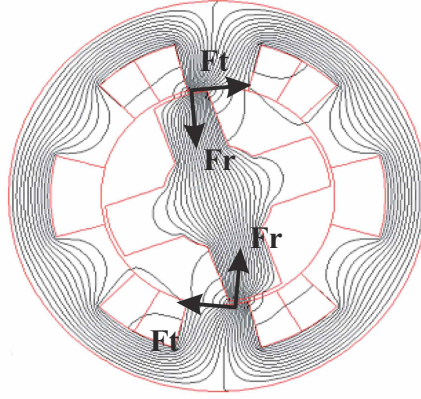


FIGURE 1.3 – Lignes de champ dans le stator et le rotor d'une machine à réluctance variable [48] et efforts s'appliquant sur une dent du stator

ayant le rôle le plus important dans l'excitation de la structure de ce dernier. La composante tangentielle est responsable de la création du couple permettant d'entraîner le rotor de la machine. Bien que son rôle sur les vibrations du stator soit considéré comme mineur par la plupart des auteurs, Pellerey [53] a montré au moyen d'un calcul par éléments-finis que son action sur les dents du stator était susceptible d'exciter le stator de manière non négligeable.

Le tenseur de Maxwell  $\sigma$  peut être exprimé à l'aide des composantes radiale  $B_r$  et tangentielle  $B_t$  de l'induction magnétique. Après calculs, ces composantes sont :

$$\sigma_t = \frac{1}{\mu_0} B_r B_t \quad (1.1)$$

$$\sigma_r = \frac{1}{\mu_0} (B_r^2 - B_t^2) \quad (1.2)$$

L'induction est définie comme le produit de trois grandeurs :

- la perméance, qui correspond à la faculté du matériau à laisser passer le champ magnétique ;
- les fonctions de bobinages, qui représentent la distribution des bobinages autour des encoches du stator ;
- les courants circulant au stator et au rotor (dans le cas d'une Machine Synchrone à Rotor Bobiné (MSRB)).

La perméance dépend fortement de la structure de la machine : composition du rotor, nombre de dents, entrefer etc. Puisqu'elle dépend de l'entrefer, elle varie suivant la position du rotor. Les deux premiers facteurs sont donc strictement liés à la structure de la machine électrique ; le troisième est lié à son alimentation.

On définit ici la Force Magnéto-Motrice (FMM), qui est le produit des courants et des fonctions de bobinages, de sorte que l'induction est le produit de la perméance et de la FMM

Camus [12] résume la force radiale comme le produit des deux termes suivants :

- un terme dépendant de la structure de la machine et de la position du rotor, calculé ici par éléments-finis ;
- le carré des courants.



### 1.2.1.2 Harmoniques d'effort

#### 1.2.1.2.1 Harmoniques spatiaux

L'induction étant dépendante de la structure de la machine, les ordres des harmoniques d'efforts spatiaux sont liés notamment au nombre de dents au stator ou au nombre de dents au rotor. De plus, lors du fonctionnement, la rotation du rotor par rapport au stator entraîne la création d'un champ magnétique tournant, qui contient des harmoniques spatiaux et temporels.

Au vu des principales composantes de l'induction, on peut distinguer trois sources d'harmoniques spatiaux.

La première source provient des encoches du stator [39]. Celles-ci modifient en effet la perméance de la machine de manière périodique. Les pôles du rotor modifient également la perméance. C'est pourquoi cette dernière, et donc l'induction, contient des harmoniques liés au nombre d'encoches au stator et au nombre de pôles du rotor.

La deuxième source, également mise en avant par Le Besnerais [39], est liée à la saturation du circuit magnétique de la machine, qui modifie elle aussi la perméance.

La troisième source provient du bobinage du stator [6, 39]. Il est assez simple de voir, par application du théorème d'Ampère, que le flux généré par des bobinages enroulés autour des encoches n'est pas parfaitement sinusoïdal [6, 25], en raison du caractère discret de l'enroulement.

Hashemi [26] et Le Besnerais [39] soulignent de plus l'influence d'une excentricité du rotor sur la perméance. Une excentricité du rotor crée en effet une variation périodique de l'entrefer. Or la perméance de la machine est directement liée à l'épaisseur de l'entrefer, et les efforts électromagnétiques sont proportionnels à la perméance. Une variation périodique de l'entrefer aura donc pour conséquence d'introduire des harmoniques supplémentaires dans les efforts électromagnétiques.

Les dentures jouent également leur propre rôle dans la création d'harmoniques en perturbant localement le champ magnétique [53].

L'expression de l'ensemble des harmoniques d'efforts pour une machine asynchrone a été développée par Le Besnerais [39]. Ce travail met en évidence l'influence de l'ensemble des paramètres structurels de la machine sur ces harmoniques. Ainsi, les harmoniques spatiaux ont pour ordres des combinaisons linéaires du nombre d'encoches au stator et de paires de pôles au rotor. Un choix judicieux des caractéristiques de la machine permet donc de réduire le contenu harmonique des efforts électromagnétiques.

#### 1.2.1.2.2 Harmoniques temporels

La variation temporelle des efforts électromagnétiques est directement dépendante des courants circulant dans la machine. Si des harmoniques temporels sont présents, ils proviennent de ces courants. Or ceux-ci ne sont pas parfaitement sinusoïdaux : en effet, l'onduleur qui alimente la machine en tension est source d'harmoniques, et ce d'autant plus qu'il est piloté en Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI).

La MLI est la principale méthode de pilotage des onduleurs qui consiste à adapter la durée pendant laquelle chacun des transistors composant l'onduleur est ouvert ou fermé. La MLI peut être réalisée de diverses manières. La plus simple est la MLI « intersective »,

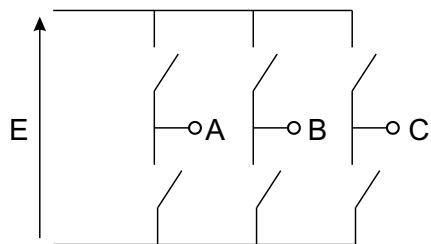


FIGURE 1.4 – Schéma simplifié d'un onduleur triphasé

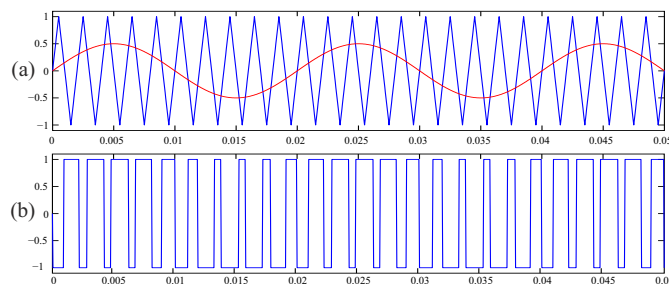


FIGURE 1.5 – Signaux lors d'une MLI naturelle : (a) Porteuse (bleu) et modulante (rouge) ; (b) tension dans une branche de l'onduleur

qui consiste à comparer un signal triangulaire à haute fréquence appelé « porteuse » avec un signal sinusoïdal à fréquence plus faible appelé « modulante » pour déterminer les instants d'ouverture et de fermeture des différents interrupteurs. Un exemple de signaux de porteuse et de modulante est donné à la Figure 1.5a, ainsi que la tension correspondante entre l'une des branches de l'onduleur et le point milieu de l'alimentation à la Figure 1.5b.

D'autres méthodes consistent à calculer ces instants de manière à optimiser certaines caractéristiques du signal de sortie, en particulier le contenu spectral. Chaque méthode aboutit à des résultats différents en termes acoustiques.

La méthode de MLI la plus exploitée dans l'industrie est la MLI triphasée ou MLI vectorielle. Ce nom vient de la représentation vectorielle des vecteurs de commande qui permettent de contrôler les tensions phases-neutre sur chacune des trois phases. Chaque vecteur est en fait défini par l'état des interrupteurs de chacune des trois phases, commandés de façon complémentaire sur chaque bras de l'onduleur. Piloter chacun de ces vecteurs sur des laps de temps calculés permet de modifier la valeur moyenne de la tension de sortie de l'onduleur.

Des harmoniques de tension qui sont des combinaisons des fréquences de porteuse et de modulante apparaissent avec l'utilisation de la MLI [13]. Un harmonique dominant à la fréquence de la porteuse est créé, avec des conséquences sur les vibrations de la machine à ces fréquences. Le Besnerais [39] précise le contenu des harmoniques d'efforts liés à la MLI : il est possible de distinguer dans les efforts des harmoniques de « MLI pure ». Ils proviennent de la combinaison :

- d'harmoniques dûs à la MLI et présents dans les courants ;
- avec la fréquence fondamentale des courants ;
- et avec une perméance « moyenne », c'est-à-dire dépourvue de tout effet d'encoches.

Le pendant de ces harmoniques de MLI pure est constitué par les harmoniques de MLI liés aux encoches. Les harmoniques de courant créés par la MLI se combinent alors avec les harmoniques d'encoches présents de la perméance.

Ce phénomène d'introduction d'harmoniques temporels dans la force électromagnétique par la MLI est confirmé par Okuyama [51]. Celui-ci développe le calcul des harmoniques de force électromagnétique pour une machine asynchrone, d'abord dans le cas où l'alimentation de la machine est un signal harmonique pur. Les fréquences de la force

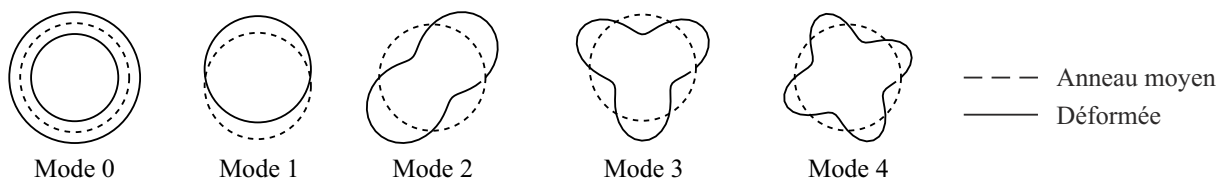


FIGURE 1.6 – Principaux modes de déformation d'un anneau mince

électromagnétique sont ensuite calculées dans le cas où l'alimentation de la machine est un onduleur piloté par MLI. Le spectre de la force électromagnétique est alors beaucoup plus riche. Le fait que le signal modulant de la MLI soit généré à temps discret, et à une fréquence d'échantillonnage qui n'est pas forcément la fréquence de découpage, introduit également des harmoniques supplémentaires dans le champ électromagnétique. Les harmoniques que l'on vient de décrire ont leurs fréquences étroitement liées à la fréquence de commutation. Ce sont donc des harmoniques hautes fréquences.

D'autres harmoniques à plus basses fréquences peuvent apparaître. Ils sont également liés au pilotage de l'onduleur. En effet, afin d'éviter l'apparition de courts-circuits dans les branches de l'onduleur, des temps morts sont introduits entre les commutations. Lors de ces temps morts, les deux transistors d'un même bras de l'onduleur sont en position « ouvert ». La continuité du courant fait qu'un courant résiduel circule dans les diodes de roue-libre placées en parallèle des transistors. La forme de la tension phase-neutre est alors modifiée, ce qui introduit des harmoniques dans la tension moyenne en sortie de l'onduleur [32].

Les harmoniques de courants se retrouvent successivement dans les efforts électromagnétiques puis dans le bruit émis par la machine, comme l'a établi Torregrossa [64] à l'aide d'un calcul par éléments-finis.

### 1.2.2 Vibrations du stator

D'une manière très générale, le comportement mécanique du stator d'une machine électrique peut être caractérisé par ses modes propres. Ceux-ci ont deux composantes, une composante spatiale à laquelle est associée une composante temporelle. Plusieurs études [27, 46] ont montré que le comportement du stator peut être approché par celui d'un anneau mince. Cela permet de visualiser les modes propres spatiaux d'une couronne du stator, comme on peut le voir à la Figure 1.6. Grâce à cette approximation, on peut également déterminer analytiquement une première valeur des fréquences propres de chaque mode propre.

Les efforts magnétiques s'appliquent sur la carcasse de la machine qui peut alors, en fonction des fréquences des efforts et de leurs intensités, entrer en résonance. Si tel est le cas, alors elle se met à vibrer en réponse à l'excitation appliquée.

Ce phénomène est décrit plus en détails au Chapitre 2.

### 1.2.3 Création du bruit

La vibration d'un corps dans l'air, telle que la vibration de la carcasse du moteur, entraîne le déplacement d'éléments de volume d'air et une variation périodique de la pression de celui-ci. C'est cette variation de pression qui, en se propageant dans l'espace, entraîne la création d'une onde sonore. L'onde sonore est perceptible par l'oreille humaine, en fonction de la sensibilité des sujets, si sa fréquence est comprise entre 20Hz et 20kHz. De plus, le comportement de l'oreille humaine n'est pas linéaire : à des fréquences différentes, il faut des puissances différentes pour qu'un son soit perçu au même niveau. Afin que la mesure effectuée par un appareil corresponde à celle que percevrait l'oreille humaine, elle doit être pondérée [2].

L'effet du bruit généré par différentes machines, alimentées par différentes sources, a été mis en évidence par Wallace [66] et son équipe. Parmi les machines utilisées figurent une machine asynchrone, une machine synchrone à aimants permanents et une machine à réluctance variable 8/6. Ces machines sont alimentées par plusieurs onduleurs différents. Parmi les effets de ce bruit sur le système auditif humain, celui d'une exposition prolongée à un bruit tonal tel qu'il peut être produit par une machine électrique est mesurable et non négligeable.

Un rappel des équations de l'acoustique linéaire peut être trouvé dans [27]. La puissance acoustique d'une machine électrique a par exemple été calculée par Ait-Hammouda [2] et Hubert [27]. Selon Hubert [27], le son rayonné par une machine asynchrone a les propriétés suivantes :

- il s'agit d'un champ tournant avec le champ d'efforts électromagnétiques, c'est-à-dire que le spectre et l'amplitude du bruit en divers points d'une même couronne autour du stator seront les mêmes à un déphasage près ;
- le rayonnement acoustique du stator est radial ;
- les modes élevés de rayonnement, c'est-à-dire d'ordres spatiaux supérieurs ou égaux à 4 ont une puissance acoustique faible voire négligeable par rapport à celle des ordres spatiaux 0, 1, 2 et 3.

Cela signifie que lors de la réduction active des bruits de la machine, il ne sera pas nécessaire de s'intéresser à des modes dont les ordres spatiaux sont supérieurs à l'ordre 4. De plus, réduire le niveau des harmoniques de champ électromagnétique responsables des vibrations de la structure statorique permettra de réduire les niveaux de bruits correspondants.

## 1.3 Amélioration du bruit d'une machine électrique

La principale cause du bruit électromagnétique d'une machine électrique étant l'excitation de l'un des modes propres de son stator par un harmonique d'effort électromagnétique, il est logique de chercher à éviter ce phénomène. Plusieurs solutions ont été envisagées dans la littérature. Certaines consistent à modifier les harmoniques spatiaux de la machine en modifiant sa structure. Une autre voie est de décaler les différentes fréquences caractéristiques de façon à ce qu'aucun de leurs harmoniques n'ait une fréquence correspondante à une fréquence de résonance du stator. Enfin, plutôt que de décaler les harmoniques, certains auteurs proposent de les supprimer.

### 1.3.1 Limitation des harmoniques spatiaux

L'amélioration de la structure mécanique de la machine constitue la piste d'amélioration des bruits électromagnétiques la plus explorée. En effet, on a vu que cette structure joue un rôle important dans la création d'harmoniques spatiaux dans les champs électromagnétiques.

Pellerey [52] a notamment proposé une solution dans cette direction pour la machine synchrone à rotor bobiné. La forme des pôles du rotor, par exemple, est une cause structurelle de bruit et une optimisation de cette forme a permis de réduire de manière conséquente certains harmoniques du spectre sonore.

On a vu précédemment que le bobinage étant par nature discret, cela introduit de nombreuses harmoniques dans l'induction et donc dans les forces électromagnétiques. La modification de ce bobinage peut permettre de supprimer les harmoniques liés. Il est par exemple possible d'après Bekemans [6] d'utiliser un bobinage dit « à pas raccourci » qui consiste en la superposition dans certaines encoches du stator de bobinages appartenant à des phases différentes. L'apport d'une telle technique est l'adoucissement de la transition d'une phase à l'autre en termes électromagnétiques : on réduit la distorsion harmonique de l'induction. Cependant, l'utilisation de cette solution est limitée par des problèmes techniques, en termes de complexité de fabrication et de fiabilité. Pour assurer cette dernière, une excellente isolation est nécessaire dans les encoches contenant plusieurs phases [53].

Le vrillage des encoches au stator permet pour un choix judicieux de l'angle de vrillage de faire disparaître certaines composantes harmoniques de l'induction [6] ainsi que des harmoniques de denture. Là encore on retrouve un problème de complexité de fabrication limitant cette solution.

Les différents éléments qui composent la carcasse d'une machine électrique peuvent avoir une influence sur ses principales fréquences de résonance ainsi que le montre Torregrossa [65]. L'impact d'une modification de la largeur des dents, de la longueur du stator ou encore du vrillage du stator sur ces fréquences peut être calculé par éléments-finis. Lorsque la machine fonctionne à une vitesse de rotation fixe, il peut être intéressant de modifier les fréquences de résonance de sa carcasse de manière à en limiter l'excitation. Ainsi, Torregrossa parvient, grâce au vrillage du stator, à réduire de 10 dB l'amplitude des vibrations et du bruit de la machine synchrone à aimants permanents qu'il étudie par

rapport au prototype initial.

## 1.3.2 Décalage des harmoniques temporels

### 1.3.2.1 Harmoniques de la fréquence de commutation de l'onduleur

Il a été montré [13, 39] que l'alimentation d'une machine électrique par un onduleur piloté en MLI est responsable de la création d'harmoniques vibratoires hautes fréquences. Ces harmoniques sont proportionnels à la fréquence de commutation choisie pour l'onduleur.

Dès lors, une méthode envisagée pour réduire ce type de bruits a été d'augmenter la fréquence de commutation, jusqu'à la faire sortir de la bande de fréquences audibles, c'est-à-dire au-delà de 20kHz. L'inconvénient majeur de cette technique est qu'elle augmente considérablement les pertes par commutation dans l'onduleur [13]. De plus, la puissance fournie par les transistors pouvant supporter une fréquence de commutation supérieure à 20kHz est généralement limitée et peut ne pas être suffisante pour l'alimentation d'une machine électrique destinée à la traction automobile.

En revanche, sans augmenter autant la fréquence de commutation, il est possible de la choisir judicieusement, en faisant en sorte que les harmoniques de force directement liés à la MLI n'excitent pas les fréquences de résonance du stator. On peut alors réduire le niveau de bruit émis [28, 39, 60]. Le Besnerais [39], qui distingue les harmoniques de MLI purs et ceux créés par interaction avec les encoches du stator, propose de choisir la fréquence de commutation de façon à ce que les premiers entrent en interférence destructive avec les seconds. Cette méthode permet de réduire d'environ 15dB la pression acoustique à 1m de la machine.

Une autre méthode proposée pour réduire le bruit d'une machine électrique est d'étaler le spectre de la tension de sortie de l'onduleur grâce à l'introduction d'un aléa. Cet aléa peut porter :

- sur la fréquence de commutation, qui sera modifiée à chaque période d'échantillonnage ;
- sur le signal de porteuse, les pentes du signal triangulaire devenant alors aléatoires ;
- sur le signal de la modulante : au signal sinusoïdal de base est ajoutée une tension aléatoire.

L'influence sur le bruit d'une MLI à modulante aléatoire a été étudiée par Capitaneanu [13, 14]. Les résultats des expériences menées indiquent que le niveau sonore global n'est pas diminué par rapport à l'utilisation d'une autre stratégie de MLI. En revanche, c'est l'impression globale qui est modifiée : un son dont le spectre est étalé est plus supportable qu'un son tonal tel qu'il peut être produit avec une MLI triphasée classique.

Lanfranchi [38] a fait la même observation en ce qui concerne une MLI à fréquence de commutation aléatoire. En effet, si la fréquence de commutation moyenne est bien choisie, c'est-à-dire en dehors des fréquences de résonance du stator, l'introduction de l'aléa ne permet pas de diminuer le niveau de bruit.

L'ensemble des techniques exposées ici portent sur la réduction d'harmoniques liés à la fréquence de commutation de l'onduleur, donc sur des harmoniques hautes fréquences.

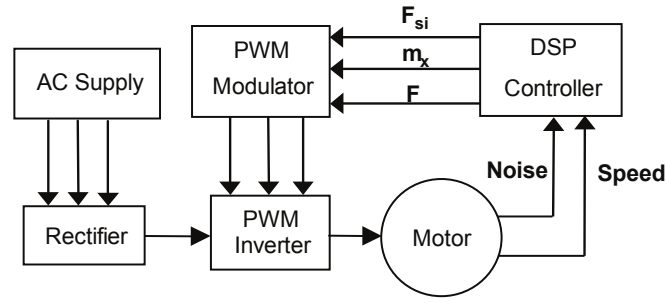


FIGURE 1.7 – Structure de régulation du bruit proposée par Hashemi [26]

### 1.3.2.2 Harmoniques du signal modulant

Hashemi [26] propose, pour un point de fonctionnement donné, d'ajuster la fréquence du signal modulant de façon à éviter que l'un de ses harmoniques corresponde à une fréquence de résonance de la structure. La structure de commande proposée est représentée à la Figure 1.7. À un point de fonctionnement couple-vitesse donné, Hashemi suggère d'ajuster le ratio tension-fréquence de l'onduleur pour minimiser la puissance sonore émise par la machine à l'aide d'un algorithme de contrôle adaptatif. Cet algorithme prend en entrée le niveau de bruit et la vitesse de la machine. Sa sortie est le ratio tension-fréquence nécessaire au maintien du point de fonctionnement.

Cette méthode permet de réduire le niveau de bruit de la machine asynchrone considérée d'environ 10dB sur différents points de fonctionnement mais nécessite la mesure de ce niveau grâce à un microphone, ce qui est difficilement réalisable dans un contexte automobile.

## 1.3.3 Limitation des harmoniques temporels

### 1.3.3.1 Réduction passive de l'effet des temps morts

Pour limiter la distorsion causée par les temps morts des courants en sortie de l'onduleur, plusieurs méthodes ont été proposées. L'une d'entre elles concerne la modification de la tension de référence pour tenir compte des temps morts. Proposée par Jeong [32], elle consiste à ajouter à cette tension un offset dépendant du sens du courant circulant dans la branche de l'onduleur considérée.

D'autres méthodes consistent à intervenir sur les signaux de commutation des interrupteurs afin de les adapter. Jeong [32] propose de les synthétiser à partir d'un circuit logique, prenant en entrée la tension de référence et le signe du courant. Cela permet de réduire les harmoniques de courant tout en augmentant l'amplitude du fondamental. Choi [19] suggère d'introduire un retard permettant de compenser les temps morts. Pour de meilleurs résultats et si une boucle de régulation en courant est présente, le retard introduit est ajusté à l'aide d'un régulateur PI intervenant sur les tensions. Cette méthode permet d'obtenir des courants en sortie de l'onduleur dont la forme est proche d'une sinusoïde. Leggate [43] enfin propose tout simplement de décaler les signaux de commande des interrupteurs pour tenir compte des temps morts et de l'état du système. Cette méthode permet elle aussi de diminuer le contenu harmonique des courants. Ce dernier souligne

également l'existence d'une technique utilisant le déphasage des courants pour compenser l'effet des temps morts sur la tension de sortie de l'onduleur en modifiant le signal de référence de la MLI. Cela permet d'avoir en sortie l'amplitude souhaitée pour les tensions. Cependant, cette méthode implique un déphasage du signal de référence et du signal de sortie par rapport au signal de référence original.

### 1.3.3.2 Injection d'harmoniques de courant pré-déterminés

Il est possible d'envisager d'injecter certains harmoniques dans le signal de commande comme le fait Franck [22]. Ces harmoniques dont la phase et la faible amplitude sont pré-calculées permettent de réduire sensiblement l'amplitude des harmoniques des efforts radiaux correspondants. Cette méthode nécessite de connaître à l'avance quels harmoniques de force nécessitent d'être atténués. Or ces harmoniques sont susceptibles d'évoluer au cours du temps par un changement de régime d'utilisation ou une modification des caractéristiques mécaniques des matériaux, du fait d'une élévation de la température par exemple. Cette méthode, bien qu'efficace sur les points de fonctionnement visés n'est donc pas robuste.

Momeni [49] propose lui aussi de réduire le contenu harmonique des courants triphasés, l'objectif initial étant de réduire les ondulations de couple. Le contenu harmonique des courants est déterminé en considérant qu'il s'agit de la différence entre les valeurs des courants mesurés et la valeur du fondamental. Un signal proportionnel à ce contenu harmonique est ensuite soustrait aux valeurs de référence des courants afin de déterminer de nouveaux signaux de référence. Ces signaux de références sont ensuite utilisés directement pour le pilotage en MLI de l'onduleur. Cette méthode nécessite de travailler directement sur les courants triphasés de la machine.

Cassoret [15] utilise le même type de méthode. Un onduleur connecté en parallèle au réseau permet d'injecter des harmoniques de courant visant à limiter le bruit d'une machine électrique. Une boucle fermée est utilisée pour ajuster l'amplitude et la phase des courants injectés. Elle prend en entrée la fréquence de rotation de la machine ainsi que la fréquence des tensions d'alimentation provenant du réseau. Ces données permettent, en fonction de l'amplitude et de la phase souhaitées pour les tensions de sortie de l'onduleur, de générer les signaux MLI correspondants et de réduire l'harmonique de bruit visé. Le dispositif proposé par Cassoret requiert néanmoins des mesures et une électronique de haute précision, ce besoin de précision augmentant avec les fréquences de rotation et d'alimentation. Il n'est donc pas adapté pour des machines dont les fréquences d'alimentation peuvent atteindre plusieurs centaines de Hertz. De plus, il ne tient pas compte des harmoniques supplémentaires injectés dans le circuit par l'onduleur.

### 1.3.3.3 Commande pour la réduction des harmoniques temporels

Garcia-Cerrada [23] met en avant les problèmes d'harmoniques de tension en sortie de l'onduleur. Afin de piloter celui-ci, il propose de le modéliser comme un gain unitaire  $P_2$ , auquel s'ajoutent un retard  $P_1$  et une perturbation  $D$ . Le modèle proposé est représenté à la Figure 1.8. Le retard  $P_1$  permet de prendre en compte les retards dus au temps de calcul et au passage à temps discret pour le pilotage de l'onduleur. La perturbation regroupe



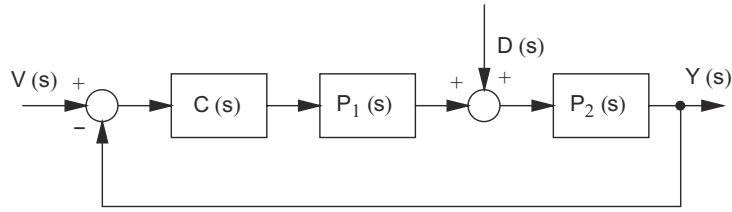


FIGURE 1.8 – Modélisation d'un onduleur pour la commande [23]

toutes les perturbations pouvant intervenir sur le système et notamment celles dues aux temps morts de l'onduleur.

En ce qui concerne la régulation d'harmoniques particuliers, l'idée principale proposée par de nombreux auteurs est d'utiliser un régulateur par harmonique à réduire. Les régulateurs utilisés par Garcia-Cerrada [23] sont des filtres passe-bande à la fréquence désirée couplés à des déphaseurs, pour assurer la stabilité du système bouclé. Bojoi [9] propose d'utiliser des régulateurs PI-sinusoïdaux, dont la composante intégrale est placée sur une fréquence donnée, afin d'annuler l'erreur en régime permanent à cette fréquence. Dans les deux cas, les auteurs se placent dans un repère tournant à la fréquence fondamentale des tensions afin de diminuer le nombre de régulateurs employés. Cette méthode peut être généralisée pour une application à une machine tournante polyphasée [33, 68].

Plusieurs autres méthodes, telles la commande apériodique couplée à une MLI vectorielle et l'utilisation d'un comparateur à hystérésis permettent de diminuer la distorsion harmonique des courants en sortie d'un onduleur [10].

Une autre possibilité est celle explorée par Charpentier [16] et Pelleray [53, 54], à savoir l'utilisation d'un filtre pour extraire les harmoniques de courants gênants. Ce filtre passe-bande est utilisé dans une boucle secondaire, en complément de la loi de commande principale, qui est supposée avoir une bande passante trop faible pour pouvoir agir sur les harmoniques de courant visés. Ce filtre permet d'extraire les harmoniques de courant à la fréquence intéressante pour les traiter ensuite via un régulateur. Charpentier utilise dans ce cadre un régulateur proportionnel, qui ne permet pas a priori d'assurer la robustesse du système bouclé. Les essais effectués par Pelleray montrent que l'harmonique visé est bien réduit tant en termes de courants que de vibrations. Cependant, d'autres harmoniques de courant susceptibles d'exciter la carcasse statorique voient leur niveau augmenter à l'utilisation de cette régulation. La régulation d'un harmonique de courant par la mise en place d'un correcteur secondaire semble donc prometteuse, mais la mise en place du régulateur nécessite un approfondissement, afin d'une part d'assurer la robustesse du système bouclé et d'autre part de ne pas augmenter les niveaux d'autres harmoniques vibratoires.

Il est également possible d'utiliser la mesure des vibrations pour établir une commande en courant de la machine [24]. Les commandes en courant sont déterminées à l'aide d'un algorithme de commande optimal qui vise à minimiser les vibrations. Lorsque l'algorithme a convergé, cette méthode permet de diminuer la puissance vibratoire du stator au niveau des accéléromètres.

Les machines à réluctance variable à double saillance étant des machines électriques particulièrement bruyantes, la mise en place de stratégies de régulation s'impose afin de

diminuer les ondulations de couple et de courant à l'origine de ce bruit. En ce qui concerne la limitation des ondulations de couple, une stratégie utilisant une machine d'états a été proposée par Shah [61]. Cette machine d'états permet de limiter les amplitudes des courants tout en maintenant le suivi de la consigne de couple. L'utilisation de régulateurs RST pour piloter ce type de machines permet d'améliorer le suivi des consignes de courant et donc de diminuer le contenu harmonique de ceux-ci, allant dans le sens d'une réduction du bruit émis par la machine [3]. Une structure hybride incluant une machine d'états et un régulateur PI [4] permet de réduire encore les ondulations de courant sur une phase de la machine. Toutefois, ces stratégies permettant de réduire les harmoniques de courant ou de couple sont intégrées aux lois de commande en couple et en vitesse de la machine et doivent être mises en place en même temps. Elles ne sont donc pas adaptées au cas où les lois de commande principales ont déjà été mises en place.

### 1.3.4 Empêcher les vibrations du stator

Mininger [48] propose d'utiliser l'effet piézoélectrique pour contrer les vibrations du stator des machines à réluctance variable : sous l'action d'un champ électrique de commande, la ou les pastilles piézoélectriques collées sur la surface du stator produisent une force appliquée au stator qui le déformera de manière opposée à la déformation produite par les forces électromagnétiques. Des accéléromètres permettent de mesurer l'accélération en divers points de la surface du stator afin de commander les actionneurs. Les emplacements de ces accéléromètres sont déterminés grâce à une simulation par éléments finis donnant les emplacements où la déformation est maximale. La sortie à réguler est la position du stator, qui peut-être déterminée grâce aux pastilles piézoélectriques qui jouent également le rôle d'accéléromètres. Deux solutions sont proposées ici.

Le premier type de régulation proposé par Mininger pour le contrôle des actionneurs piézoélectriques est le « Positive Position Feedback » : le signal obtenu à partir de la position est ajouté à la consigne. Ceci permet d'agir sur des modes particuliers de la structure statorique et de modifier leurs coefficients d'amortissement. Tous les pôles du système en boucle fermée auront le même coefficient d'amortissement afin de minimiser le gain du correcteur. Cette méthode, si elle permet de bien diminuer les vibrations du stator à certaines fréquences (environ 9 dB pour le mode visé), présente l'inconvénient d'ajouter des raies supplémentaires au spectre de vibration.

Le second type est une régulation linéaire quadratique (LQ). Cette commande consiste en l'utilisation d'un retour d'état pondéré par un gain qui est calculé de manière à minimiser un critère, regroupant les énergies mécanique, cinétique et électrique du système. La commande porte sur la vitesse et l'accélération de la carcasse statorique. Un estimateur est également utilisé dans la boucle afin de reconstituer le vecteur d'état qui n'est pas mesurable. L'utilisation d'une commande LQ donne de bons résultats sur un prototype monophasé, avec le même problème de raies parasites que pour la commande précédente.

## 1.4 Réduction active de vibrations dans d'autres domaines

La réduction de bruit n'est pas seulement utilisée dans le domaine des machines électriques. On trouve également des exemples dans le secteur de l'automobile et dans celui des disques durs. Ces méthodes peuvent ouvrir de nouvelles perspectives pour la commande des machines électriques en vue de la réduction de bruit.

### 1.4.1 Vibrations dans l'automobile

Dans le contexte du projet « Green City Car », le poids des véhicules thermiques et hybrides a été réduit. Cependant, cet allègement dégrade les performances acoustiques d'un véhicule, tant au niveau du moteur que de l'habitacle. Pour cette raison, Bein et son équipe [5] ont proposé des solutions pour les différents éléments de la voiture susceptibles de générer du bruit.

En ce qui concerne l'habitacle de la voiture, l'utilisation de composants piézoélectriques sur une structure équivalente figurée par une boîte en aluminium permet de réduire les niveaux de bruits jusqu'à 8dB. Par ailleurs, un résonateur actif d'Helmoltz placé dans le système d'admission des gaz permet, lorsqu'il est piloté par un feedforward, de réduire notablement le bruit lié à cette source sur la plage de fréquences visées.

Rodriguez [59] s'intéresse au contrôle des vibrations induites dans la chaîne cinématique d'une voiture électrique par le couplage entre le rotor du moteur et les roues, reliés par un arbre dont la raideur de torsion est relativement faible. Ce système peut être excité par les vibrations en provenance de la machine électrique ou par celles en provenance de la route. Les oscillations de couple provoquées par ces phénomènes présentent des risques pour la sécurité lors de l'utilisation du véhicule. Le correcteur proposé par Rodriguez comprend une boucle rapide constituée d'un feedback permettant d'amortir la résonance de la transmission élastique entre moteur et roues. Une seconde boucle plus lente, fondée sur un observateur, permet de diminuer les vibrations basses fréquences provenant de la réaction du pneu sur la roue. Les performances de cette méthode sur les oscillations de couple sont vérifiables en simulation, pour des coefficients d'adhérence correspondant à des conditions de route sèche ou glissante (neige par exemple).

### 1.4.2 Commande de systèmes élastiques

#### 1.4.2.1 Loi de commande $H_\infty$

Peter [56, 57] montre que l'utilisation d'une synthèse  $H_\infty$  à l'aide de fonctions de pondération est pertinente pour la commande d'un système de deux masses couplées par une liaison élastique, par exemple deux machines couplées entre elles par un arbre. Le correcteur ainsi synthétisé est robuste vis-à-vis des variations de paramètres du système réel par rapport au système idéal et vis-à-vis des non-linéarités qui peuvent intervenir. Les non-linéarités peuvent être prises en compte plus spécifiquement grâce à l'introduction d'un observateur non linéaire dans la chaîne de commande, permettant d'atteindre les performances souhaitées même en cas de perturbation du système.

### 1.4.2.2 Commande par modèle interne

Morkholt [50] propose deux solutions pour le contrôle actif des vibrations d'une plaque, afin de supprimer l'effet d'une perturbation qui viendrait exciter cette dernière. La première solution consiste en l'utilisation du modèle de la plaque pour établir une boucle de Commande par Modèle Interne (IMC). Le filtre associé est calculé de façon à minimiser l'erreur causée par la perturbation tout en maximisant la robustesse du système vis-à-vis d'une erreur de modèle. Ce type de commande est utile dans le cas où la fonction de transfert du système entre capteur et actionneur n'est pas connue précisément mais peut-être approchée par un Filtre à Réponse Impulsionnelle Finie (FIR) équivalent.

Les performances obtenues avec le régulateur de type IMC sont comparées à celles obtenues par la mise en place d'une commande linéaire quadratique gaussienne calculée en supposant connue la représentation d'état du système. Cette commande minimise le même critère que la commande IMC. En simulation, puisque le modèle du système est parfaitement connu, les deux méthodes donnent les mêmes résultats. En pratique, il est possible d'ajuster les paramètres de calcul de ces deux méthodes pour optimiser la réjection de perturbation et la robustesse. Par ailleurs, le couplage entre ces deux méthodes, consistant à trouver un filtre Filtre à Réponse Impulsionnelle Infinie (IIR) équivalent au modèle identifié, permet de réduire l'ordre du correcteur final de façon importante.

### 1.4.3 L'observation pour réduire les oscillations

Jabri [30] a travaillé sur la réduction de l'influence de perturbations périodiques dans le cadre du process de coulée de l'acier. L'objectif est d'obtenir la surface d'acier la plus lisse possible. Les perturbations principales qui interviennent sont d'une part les cycles d'obstruction/débouchage de l'actionneur au moyen duquel est amené l'acier et d'autre part les phénomènes de gonflement dus à un balourd dans les rouleaux permettant d'extraire l'acier. Ces deux perturbations vont être estimées grâce à un observateur. Elles sont modélisées comme une somme de signaux sinusoïdaux. L'observation est utilisée pour compenser l'effet des perturbations, via une boucle secondaire venant en complément de la boucle de régulation principale. Par ailleurs, comme des retards interviennent également, un prédicteur est utilisé pour compenser ce phénomène. Cette technique permet d'obtenir un niveau d'acier constant indépendamment des perturbations, aussi bien en simulation qu'expérimentalement sur un prototype reproduisant les conditions réelles de coulée de l'acier.

Un domaine où le rejet de perturbation haute fréquence est critique est le domaine des disques durs. En effet, plus le contrôle des têtes de lectures est fait de manière fine, plus il est possible d'augmenter la densité surfacique d'enregistrement du disque, c'est à dire la quantité d'informations pouvant être enregistrées sur une surface donnée de bande magnétique sans erreurs d'enregistrement. Ce problème est traité par Teoh [62]. Les perturbations intervenant sur le comportement des micro-actionneurs sont divisées en deux groupes. Les perturbations de couple et celles liées aux flux d'air induits par la rotation du disque sont modélisées comme une perturbation intervenant en amont de l'actionneur. Les vibrations du disque et du moteur interviennent en aval de l'actionneur, toujours selon le modèle. L'action sur la perturbation est prise en compte dans un premier temps

dans le régulateur principal, enrichi pour cibler l'effet d'une fréquence de perturbation. L'autre fréquence ciblée l'est grâce à une technique d'observation et de compensation de la perturbation, à l'instar de Jabri [30]. Cet observateur est en fait composé de l'inverse du modèle nominal du procédé et d'un filtre passe-bande permettant de cibler la fréquence désirée.

Dans ce genre d'application, les différents modes propres, notamment ceux excités par des perturbations, peuvent être observés grâce à un filtre de Kalman [44] puis atténués à l'aide d'une commande linéaire quadratique (LQ).

Robu [58] emploie également des couples {capteur - actionneur piézoélectriques} pour contrôler les vibrations d'une aile d'avion causées par le ballonnement du fluide dans le réservoir situé dans l'aile. Les actionneurs sont commandés par une boucle contenant un observateur de type Luenberger et un retour d'état. Les plages de fréquences ciblées sont évidemment plus faibles que celles concernées par les vibrations des stators. Expérimentalement, le bouclage par retour d'état permet de diminuer fortement le mode visé. Cependant, il met en avant le problème du placement des pôles de l'observateur calculé : si ceux-ci sont trop rapides, la commande appliquée au système peut exciter des fréquences plus hautes que celles visées mais qui peuvent s'avérer être, elles aussi, des fréquences propres de la structure étudiée. De plus, si les pôles de la boucle fermée sont trop rapides, l'amplitude de la tension de commande des actionneurs peut être très élevée. Elle risque donc d'atteindre les valeurs limites des tensions admissibles par la carte électronique.

Au vu de la littérature, l'usage d'observateurs semble une méthode appropriée pour la réduction de vibrations quelles qu'en soient leurs origines. Ils peuvent être utilisés de deux manières :

- pour établir une commande par retour d'état ;
- pour mettre en place une compensation de perturbations.

Le réglage des pôles de l'observateur utilisé reste néanmoins un problème délicat.

#### 1.4.4 Contrôle actif de bruit

Le contrôle actif de bruit, aussi connu sous le terme d'*Active Noise Control* (ANC), consiste à injecter au moyen de haut-parleurs un signal en opposition de phase avec le signal que l'on veut supprimer. Ceci permet de créer une interférence destructive entre ces deux signaux. C'est une méthode utilisée dans certains casques anti-bruit sophistiqués, qui a été également proposée pour la réduction des bruits dans l'habitacle d'un véhicule [17].

Le principe est le suivant : un haut-parleur génère une onde acoustique de même amplitude que celle que l'on veut supprimer et en opposition de phase.

Un schéma standard est donné par Jones [34], à la Figure 1.9. Le signal de commande du haut-parleur  $y$  est le résultat du filtrage de la référence  $x$  par un filtre adaptatif. Ce filtre est calculé par un algorithme de moindres carrés (LMS) visant à réduire l'erreur mesurée. Cette erreur correspond au signal résiduel après application du signal d'annulation. Une forme souvent utilisée des moindres carrés est le Filtered-x Least Mean Square (FxLMS), où la référence  $x$  est filtrée.

Un certain nombre de variantes du schéma de la Figure 1.9 existent. Kuo [37] répertorie différentes possibilités : utilisation en feedforward, en feedback, sur un signal large

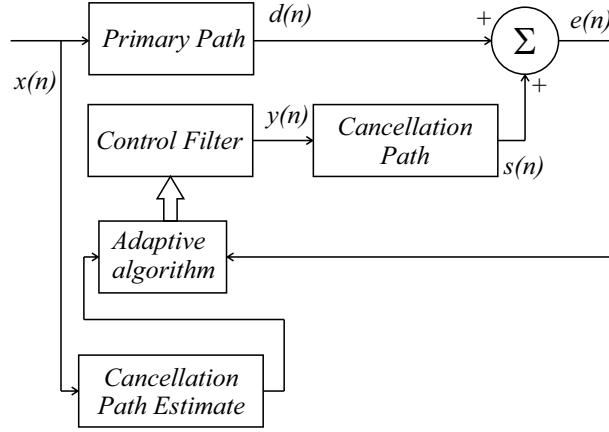


FIGURE 1.9 – Schéma standard pour l'implémentation d'un contrôle actif de bruit par LMS proposé par Jones [34]

bande ou au contraire sur une bande de fréquences étroite, avec une ou plusieurs références ou mesures. Dans tous les cas, l'idée de base reste la même, c'est l'application qui diffère. Ainsi, dans le cas d'une utilisation en feedforward pour un signal large bande, la méthode pourra être appliquée à des conduits type conduits d'aération. A bande étroite, on pourra par exemple viser le bruit émis par un moteur thermique. En utilisant plusieurs microphones et plusieurs haut-parleurs, c'est le bruit d'un transformateur électrique qui peut être diminué. On peut également envisager de créer des « bulles de silence », autour d'un appuie-tête en voiture ou dans un avion par exemple.

En configuration feedforward, le filtre adaptatif peut être remplacé par un correcteur calculé par synthèse  $H_\infty$  [1].

La technique de minimisation du bruit par un filtre adaptatif peut être appliquée au domaine de l'automobile pour réduire les bruits dans l'habitacle [17]. Cela nécessite cependant un nombre de capteurs et de haut-parleurs. Il est également possible de limiter la transmission de vibrations de roulement au châssis d'une voiture [7] grâce à plusieurs actionneurs situés sur les transmissions entre roues et châssis (suspensions). Dans ce cas, le bruit traité par FxLMS n'est pas forcément un bruit acoustique.

Cette méthode, qui permet de réduire le bruit sur une plage étendue de fréquences, pourrait être intéressante dans le cadre de la réduction des vibrations des machines électriques.

## 1.5 Positionnement de l'étude

Les travaux de ce manuscrit concernent les bruits et vibrations d'origine électromagnétique émis par une machine synchrone à rotor bobiné. La vibration de la carcasse de la machine sous l'effet des efforts électromagnétiques est à l'origine de ce bruit. Les harmoniques de ces efforts, qui sont susceptibles de faire entrer en résonance la carcasse de la machine, proviennent de combinaisons entre des harmoniques spatiaux, principalement liés à la structure de la machine, et des harmoniques temporels présents dans les tensions d'alimentation.

La recherche d'une stratégie de commande pour la réduction des vibrations de la machine implique une action sur les harmoniques temporels. On souhaite, notamment pour des raisons de coûts liés à l'application à l'industrie automobile, éviter d'utiliser des capteurs et/ou des actionneurs supplémentaires. Pour cette raison, les stratégies visant à empêcher les vibrations du stator à l'aide d'actionneurs piézo-électriques ne sont pas appropriées. De plus, au vu du lien étroit entre les harmoniques de courant et les harmoniques temporels d'efforts, la mise en place d'une régulation sur les harmoniques de courant semble être une bonne solution, d'autant que cela ne demande pas de mesurer les vibrations de la machine. Cette régulation, dédiée aux Bruits et Vibrations : *Noise, Vibration and Harshness* (NVH), sera nommée « régulation NVH ».

A l'instar de Garcia-Cerrada [23], l'électronique de puissance sera modélisée par un gain unitaire éventuellement soumis à des perturbations. Le retard introduit sera pris en compte dans un second temps. Le système à commander, composé de l'ensemble {Électronique de puissance + Machine} se résume finalement à la machine électrique soumise ou non à des perturbations.

La régulation en couple et en vitesse ainsi que la boucle associée de régulation en courant ne font pas l'objet de cette étude et ont déjà été mises en place par les équipes de Renault. La régulation NVH viendra en complément et sera positionnée dans une troisième boucle comme montré Figure 1.10.

Parmi toutes les lois de commande présentées dans ce chapitre, nous choisissons, dans la continuité des travaux de Peter [56, 57] et Charpentier [16], de commencer par calculer une loi de commande par synthèse  $H_\infty$ . Puis, à l'image de Jabri [30, 31], nous considérerons que la machine est perturbée et estimerons cette perturbation à l'aide d'un observateur. Cela permettra de compenser cette perturbation.

Les deux stratégies proposées sont testées expérimentalement sur banc d'essais vibratoire afin de valider leur efficacité sur les harmoniques vibratoires visés.

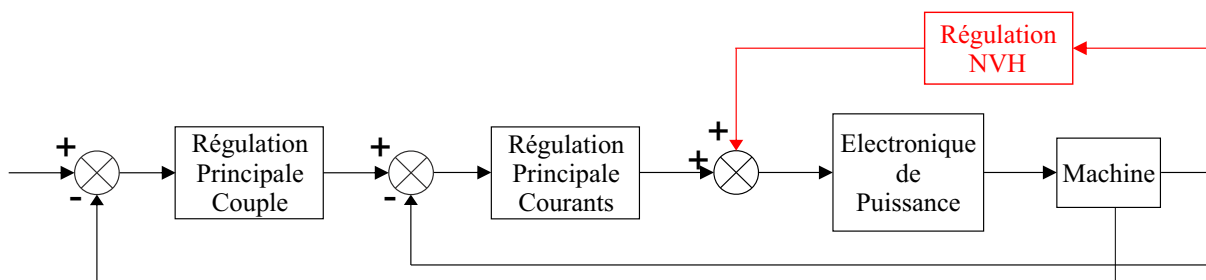


FIGURE 1.10 – Position de la régulation NVH

# Chapitre 2

## Modélisation

L'objectif de ce chapitre est de présenter les différents éléments de la machine étudiée et de sa régulation. En effet, ces éléments sont contraignants pour la suite de l'étude et la mise en place d'une boucle de régulation dédiée à la problématique vibroacoustique.

Comme en première approximation, le rayonnement acoustique peut être directement relié à la vibration des parois de la structure, un modèle structurel du stator est présenté. Pour mieux comprendre son comportement et faciliter le développement d'un modèle d'analyse, des simplifications sont nécessaires. C'est pourquoi le comportement de la structure tridimensionnelle et multi-matériaux du stator est approché par celui d'un anneau mince puis par celui d'un cylindre mince. Nous verrons ensuite comment le calcul par éléments finis et l'utilisation de mesures expérimentales peuvent aider à affiner le modèle du stator.

Dans un deuxième temps, les équations électriques de la machine sont exposées, permettant grâce à la transformation de Park d'écrire un modèle électrique de la machine pour la commande. Les non-linéarités inhérentes au modèle sont également introduites.

Une analyse des liens entre les harmoniques dans le repère des bobinages, le repère de Park et le repère vibratoire est ensuite réalisée. Cette analyse permet d'obtenir la fréquence des composantes harmoniques dans le plan  $d, q$  à partir des composantes harmoniques dans le repère des bobines et dans le repère vibratoire.

Enfin, la régulation principale en couple et en courant de la machine, permettant l'interprétation de la volonté du conducteur en terme d'accélération, est brièvement expliquée.

### 2.1 Modèle mécanique du stator

Le stator est une structure relativement complexe, composée d'une carcasse cylindrique de tôles feuilletées isolées entre elles par un vernis, d'ailettes de refroidissement et de dents autour desquelles sont enroulés les bobinages de cuivre des différentes phases, eux-mêmes isolés par un vernis voire par un surmoulage de résine. En conséquence, déterminer une équation exacte du comportement structurel du stator est très complexe et en pratique quasiment impossible. Cependant, il est possible d'en obtenir des modèles approchés.

L'étude du stator sera faite à l'aide de modèles de plus en plus complexes, qui permet-



tront à chaque fois d'affiner les résultats obtenus concernant ce comportement par rapport au modèle précédent. L'objectif est ici d'approcher au mieux le comportement et les fréquences propres du stator réel. Dans un premier temps, l'approximation de la géométrie du stator par celle d'un anneau mince permet de visualiser le comportement vibratoire de ce type de structure de révolution. Cette modélisation simple permet aussi d'obtenir une valeur approchée des fréquences de résonance du stator. Dans un deuxième temps, le modèle sera enrichi vers une structure de cylindre mince. Enfin, nous verrons comment le comportement du stator peut être étudié grâce à une décomposition en éléments finis.

## 2.1.1 Approximation par un anneau mince

### 2.1.1.1 État de l'art

En première approximation, l'étude d'un anneau mince permet de représenter le comportement d'une couronne du stator de la machine. Selon l'étude réalisée par Hubert [27], cette approximation est possible dans le cas où la longueur de la machine est suffisamment courte par rapport à son diamètre pour négliger les modes longitudinaux. Les dents du stator et les enroulements doivent alors être pris en compte au moyen d'une masse volumique modifiée, qu'il propose de définir comme suit :

$$\rho_{modifiée} = \frac{m_{anneau} + m_{dents} + m_{enroulements}}{R_{externe}^2 - R_{fond\ encoches}^2} \quad (2.1)$$

Une définition prenant mieux en compte le caractère cylindrique de la structure est la suivante :

$$\rho_{modifiée} = \frac{m_{anneau} + m_{dents} + m_{enroulements}}{\pi L_{stator} (R_{externe}^2 - R_{fond\ encoches}^2)} \quad (2.2)$$

En prenant en compte l'épaisseur de l'anneau et sa courbure via deux coefficients additionnels, Hubert parvient à réduire le problème à l'étude d'un anneau mince.

Le Besnerais [40, 41] utilise également l'approximation par un anneau mince pour déterminer les fréquences et amplitudes des vibrations du stator. Il montre que le calcul analytique des fréquences de résonance d'un anneau mince équivalent au stator étudié, dans les conditions posées par Hubert [27], avec un outil de calcul dédié, donne des résultats similaires à ceux que donnent des calculs par éléments-finis sur un modèle de cylindre, qu'il soit mince ou épais. Ces fréquences calculées analytiquement sont également assez proches de celles qui peuvent être obtenues expérimentalement sur la machine complète, avec des excitations type marteau de choc et sinusoïdale.

Mechmeche [46] [47] a également comparé les résultats donnés par les calculs d'Hubert pour les pulsations propres d'un stator de machine à réluctance variable 8/6 avec les résultats d'une simulation par éléments finis en 2 et 3 dimensions et pour les principales déformations de la carcasse. Pour conserver l'influence des dents du stator, la masse volumique prise en compte a été modifiée selon les suggestions de Hubert. L'écart entre la valeur donnée analytiquement et celle donnée par une simulation par éléments finis en 3 dimensions est inférieur à 2%, ce qui permet de penser qu'il s'agit d'une expression fiable pour la détermination des fréquences propres du stator.

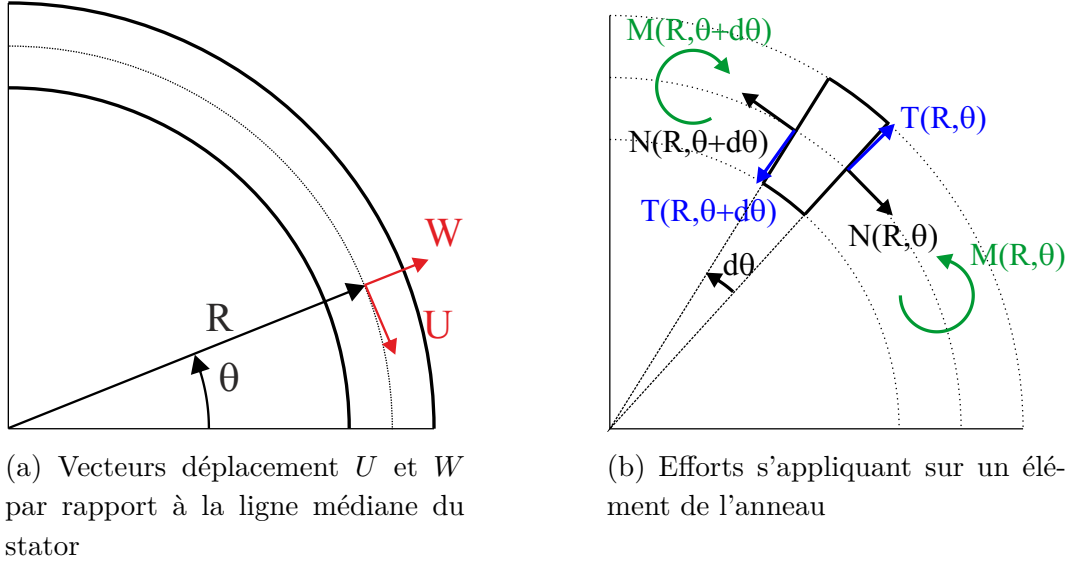


FIGURE 2.1 – Définitions pour les équations de l'anneau mince

### 2.1.1.2 Mise en équations

Afin d'obtenir un modèle dynamique de l'anneau mince, on s'intéresse aux équations différentielles en temps et en espace qui en régissent le comportement. Deux jeux d'équations peuvent être développés. Le premier, très simple voire simpliste, permet une vision du comportement d'un anneau mince. Le second, qui utilise le principe d'équilibre des forces de D'Alembert, permet de complexifier et d'affiner l'analyse du comportement de l'anneau.

Dans la suite de ce paragraphe, on notera  $W(t, \theta)$  le déplacement radial et  $U(t, \theta)$  le déplacement tangentiel en un point de l'anneau de rayon  $R$ , repéré par l'angle  $\theta$ . Ces variables sont représentées sur la Figure 2.1a.

#### 2.1.1.2.1 Équations simplifiées

Kang [35] décrit les équations correspondant au comportement de l'anneau mince sans excitation. Ces équations négligent l'amortissement, les déformations de cisaillement et l'inertie de rotation de l'anneau.  $E$  est le module d'Young du matériau,  $I$  le moment quadratique de la section aussi appelé moment de flexion ou moment d'inertie,  $R$  le rayon moyen de l'anneau,  $\theta$  la coordonnée angulaire. L'aire d'une section de l'anneau mince est notée  $A$ . Cette section correspond également à celle du stator étudié.

$$\rho A R \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - \frac{EI}{R^3} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left( U - \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) + \frac{EA}{R} \left( W + \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2.3)$$

$$\rho A R \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - \frac{EI}{R^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( U - \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) - \frac{EA}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( W + \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (2.4)$$

### 2.1.1.2.2 Application du principe de d'Alembert

Une meilleure approche du comportement de l'anneau d'un point de vue physique fait appel au principe d'équilibre des forces de D'Alembert et est présentée par Hubert [27]. Le principe de D'Alembert peut être énoncé comme suit :

*Si nous définissons une nouvelle force, la force d'inertie, comme la négation du produit de la masse fois l'accélération, alors, pour un corps soumis à différents efforts (de contact, volumique ou d'inertie), ces efforts sont tels que le système de forces est en équilibre.*

On notera  $T$  l'effort tranchant ou cisaillement,  $N$  l'effort de tension ou compression et  $M$  le moment fléchissant, correspondant à une flexion du matériau. Ces différents efforts sont représentés à la Figure 2.1b. En les recensant et en appliquant le principe de D'Alembert sur les déformations radiales, tangentielles et longitudinales, Hubert [27] obtient les trois équations suivantes :

$$\frac{\partial T}{\partial \theta} + N - \rho A R \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial N}{\partial \theta} - T + \rho A R \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} + T R - \rho I \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left( \frac{\partial W}{\partial \theta} - U \right) = 0 \quad (2.7)$$

Ces équations, dans lesquelles le système n'est pas soumis à une excitation, seront complétées par diverses hypothèses en fonction du type de mode propre recherché, qu'il soit d'extension ou de flexion. Ces hypothèses permettront d'établir les expressions des différents efforts entrant en jeu et de déterminer ainsi les différents modes propres.

### 2.1.1.3 Résolution harmonique et modes propres

On commence par rechercher les modes propres de l'anneau mince afin de bien comprendre les phénomènes de déformation. Chaque mode propre  $n$  de l'anneau est caractérisé par une déformation spatiale d'ordre  $n$  et une pulsation propre associée  $\omega_n$ . Les déplacements radiaux  $W$  peuvent ainsi être décomposés sous la forme d'une somme de modes :

$$W(t, \theta) = \sum_n C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \quad (2.8)$$

Il en va de même pour les déplacements tangentiels  $U$ .

Le mode correspondant à un ordre spatial nul est appelé mode d'extension, de gonflement ou de respiration. Les modes qui correspondent à un ordre spatial supérieur ou égal à 2 sont des modes de flexion. Ces deux types de modes vont être étudiés par la suite, en commençant par les modes de flexion. Lorsque l'ordre spatial est égal à un, il s'agit d'un mode dit de corps rigide qui correspond en fait à un déplacement de l'anneau. S'il est souvent négligé, sa contribution est très significative car il répond à toutes les sollicitations de balourd magnétique ou mécanique. Ce mode, dont le comportement est très particulier, ne sera pas calculé ici. On en trouvera une description dans [27].

Les déformations correspondant aux modes d'ordre 0 à 4 sont représentées à la Figure 2.2.

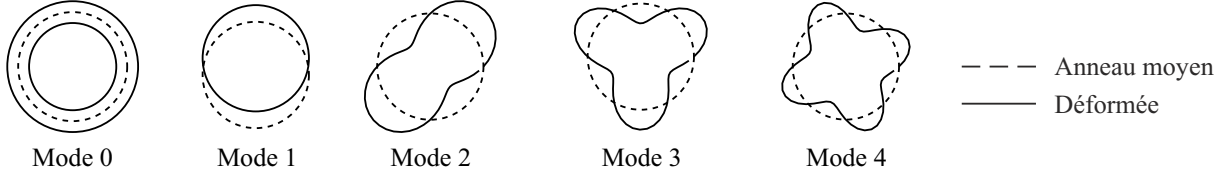


FIGURE 2.2 – Premiers modes des résonance de l'anneau mince

### 2.1.1.3.1 Modes de flexion

**Résolution dans le cadre des équations simplifiées** Dans le cas des déformations en flexion, c'est-à-dire pour les modes 2 et plus, on peut poser la condition d'inextensibilité de la ligne médiane de l'anneau :

$$W = -\frac{\partial U}{\partial \theta} \quad (2.9)$$

Cette condition permet d'établir les relations suivantes :

$$\begin{cases} W + \frac{\partial U}{\partial \theta} &= 0 \\ \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left( U - \frac{\partial W}{\partial \theta} \right) &= - \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} \right) \end{cases} \quad (2.10)$$

L'équation 2.3 devient donc avec la condition 2.9 :

$$\rho A R \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} \right) = 0 \quad (2.11)$$

On définit les modes propres de flexion de façon harmonique en temps et en espace, pour le mode propre  $n$  on recherche une solution particulière de la forme :

$$W_n = C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \quad (2.12)$$

Le calcul des dérivées partielles de  $W$  donne :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = -\omega_n^2 C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} = -n^2 C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} = n^4 C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \quad (2.15)$$

En injectant ces dérivées partielles dans l'équation 2.11, on obtient :

$$-\rho A R \omega_n^2 C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} + \frac{EI}{R^3} \left( -n^2 C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} + n^4 C_n e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \right) = 0 \quad (2.16)$$

Puis on simplifie en tenant compte du fait que  $\forall t, \theta, e^{in\theta} e^{i(\omega_n t + \phi_n)} \neq 0$  :

$$-\rho A R \omega_n^2 + \frac{EI}{R^3} (-n^2 + n^4) = 0 \quad (2.17)$$

Il vient finalement l'expression des modes propres :

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{\rho A R^4} n^2 (n^2 - 1) \quad (2.18)$$

**Résolution dans le cadre des équations complètes** À la condition d'inextensibilité énoncée à l'équation 2.9 peut être ajoutée une équation différentielle de la ligne élastique [27, 63] permettant de prendre en compte la déformation de la section d'une poutre courbe :

$$M = \frac{EI}{R^2} \left( \frac{\partial W^2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) \quad (2.19)$$

On suppose également que l'inertie de rotation  $\rho I$  est négligeable, ce qui amène, d'après l'Equation 2.7 :

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} + TR \approx 0 \quad (2.20)$$

Ce jeu d'équations permet, tous calculs faits, d'obtenir une équation aux dérivées partielles pour le déplacement tangentiel  $U$  :

$$\frac{EI}{R^3} \left( \frac{\partial^6 U}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 U}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right) = \rho AR \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( U - \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.21)$$

Finalement, en recherchant les pulsations propres de la même manière que pour les équations simplifiées, Hubert [27] obtient les résultats de l'équation 2.22 pour  $n \geq 2$ , de même que Chidamparam [18] et avant lui Timoshenko [63] grâce à un bilan énergétique :

$$\omega_n^2 = \frac{EI}{\rho AR^4} n^2 \frac{(n^2 - 1)^2}{n^2 + 1} \quad (2.22)$$

L'expression des modes propres obtenue par ces équations est plus fine que celle obtenue avec les équations simplifiées. C'est cette expression, largement utilisée dans la littérature, qui sera retenue.

### 2.1.1.3.2 Mode d'extension

Le mode d'extension est une singularité du comportement mécanique correspondant à un comportement de traction-compression pur. Autrement dit, seul l'effort de tension  $N$  s'exerce sur l'anneau. Pour la fréquence propre de ce mode, Hubert [27] ne prend pas en compte la force de cisaillement  $T$  et le moment fléchissant  $M$ , puisqu'ils ne s'appliquent pas, de sorte que les équations qu'il utilise donnent le même résultat que les équations de Kang [35]. C'est pourquoi on reprend les équations 2.3 et 2.4 ainsi que la forme générale 2.12 que l'on définit également pour  $U$  :

$$U = u(t)e^{in\theta} \quad (2.23)$$

$$W = w(t)e^{in\theta} \quad (2.24)$$

Les équations 2.3 et 2.4 deviennent :

$$\rho AR \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} e^{in\theta} - \frac{EI}{R^3} (-in^3 u(t)e^{in\theta} - n^4 w(t)e^{in\theta}) + \frac{EA}{R} (w(t)e^{in\theta} + inu(t)e^{in\theta}) = 0 \quad (2.25)$$

$$\rho AR \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} e^{in\theta} - \frac{EI}{R^3} (-n^2 u(t)e^{in\theta} + in^3 w(t)e^{in\theta}) - \frac{EA}{R} (inw(t)e^{in\theta} - n^2 u(t)e^{in\theta}) = 0 \quad (2.26)$$

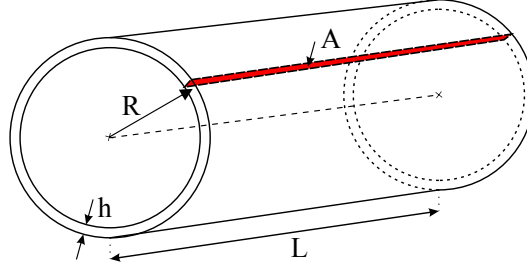


FIGURE 2.3 – Paramètres géométriques du stator de la machine étudiée

Le mode de respiration correspond en réalité à un mode spatial d'ordre  $n = 0$ , d'où :

$$\rho AR \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{EA}{R} w(t) = 0 \quad (2.27)$$

$$\rho AR \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.28)$$

On trouve finalement la fréquence propre du déplacement radial pour ce mode :

$$\omega_{n=0}^2 = \frac{E}{\rho R^2} \quad (2.29)$$

Cette expression est la même que celle déterminée par Hubert. Par ailleurs, on constate que, pour le mode d'extension, les déplacements radiaux et tangentiels ne dépendent plus de  $\theta$ , autrement dit ils sont uniformes sur l'ensemble du stator. Enfin, l'accélération du déplacement tangential est nulle pour ce mode.

#### 2.1.1.4 Application numérique pour la machine étudiée

On effectue l'application numérique pour les premiers modes de l'anneau mince en utilisant les valeurs suivantes :

|                          |        |   |                         |
|--------------------------|--------|---|-------------------------|
| Coefficient de Poisson : | $\nu$  | = | 0,3                     |
| Masse volumique :        | $\rho$ | = | 10150 kg/m <sup>3</sup> |
| Module d'Young :         | $E$    | = | 200 GPa                 |
| Épaisseur du stator :    | $h$    | = | 0,029 m                 |
| Rayon moyen :            | $R$    | = | 0,130 m                 |
| Longueur du stator :     | $L$    | = | 0,175 m                 |

L'aire de la section de l'anneau est calculée en considérant le cylindre dans lequel on a « découpé » l'anneau, ici  $A = Lh$ . Les divers paramètres géométriques de la machine, rayon, longueur et aire, sont représentés à la Figure 2.3.

Le moment de flexion  $I$  vaudra  $I = \frac{Lh^3}{12}$  d'après l'expression que l'on peut trouver par exemple dans [27].

Les résultats pour les deux jeux d'équations étudiés sont résumés dans le Tableau 2.1. L'écart entre les valeurs données par chacun de ces deux jeux augmente avec  $n$ .

#### 2.1.2 Approximation par un cylindre

L'approximation par un cylindre offre cet avantage par rapport à l'anneau mince que l'aspect longitudinal de la machine et donc les modes propres et la raideur associés peuvent

| Mode                | $n = 0$ | $n = 2$ | $n = 3$ | $n = 4$ |
|---------------------|---------|---------|---------|---------|
| Equations simples   | 5,8 kHz | 1,2 kHz | 2,9 kHz | 5,4 kHz |
| Equations complètes | 5,8 kHz | 940 Hz  | 2,6 kHz | 5,1 kHz |

TABLE 2.1 – Premiers modes de résonance de l’anneau mince

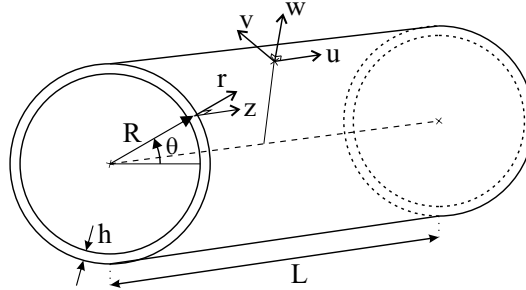


FIGURE 2.4 – Variables associées à la coque cylindrique

être pris en compte. D’un point de vue physique, le cylindre mince permet donc de se rapprocher du comportement d’un stator. On cherche à valider l’intérêt de ce modèle par rapport à celui d’un anneau mince dans l’étude du comportement du stator d’une machine électrique.

### 2.1.2.1 État de l’art

Le calcul analytique de l’amplitude des déplacements radiaux d’un point appartenant à un cylindre épais peut être retrouvé dans l’article d’Islam [29]. En ce qui concerne les conditions aux limites de l’étude, le cylindre est fixé à ses deux extrémités. Le calcul des déplacements est réalisé en faisant un bilan des efforts tranchants et des efforts de cisaillement en un point du cylindre ; la pression exercée sur le cylindre est également prise en compte. L’amplitude ainsi calculée est validée au moyen d’un calcul par éléments-finis et par des mesures expérimentales. Cependant, seul l’aspect spatial des vibrations du cylindre est pris en compte et il manque l’aspect dynamique.

### 2.1.2.2 Modèle d’un cylindre mince en mécanique

Callahan [11] donne les équations du mouvement d’un cylindre mince. Les conditions aux limites pour les deux extrémités de ce cylindre sont choisies libres. Les différents axes utilisés ici sont représentés à la Figure 2.4. L’équation différentielle régissant le comportement du vecteur  $\mathcal{U}$  des déplacements selon les axes radiaux ( $w$ ), tangentiels ( $v$ ) et longitudinaux ( $u$ ) est celle d’un système non amorti :

$$\mathcal{U} = \begin{bmatrix} u(z, \theta, t) & v(z, \theta, t) & w(z, \theta, t) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\mathcal{L} [\mathcal{U}(z, \theta, t)] + \mathcal{M} \frac{\partial^2 \mathcal{U}}{\partial t^2} = F(z, \theta, t) \quad (2.31)$$

$\mathcal{M}$  est la matrice d’inertie, de taille  $3 \times 3$  et  $\mathcal{L}$  est un opérateur matriciel correspondant à la raideur. Notons que ces équations correspondent à un cylindre non amorti. Les déplacements sont repérés en coordonnées cylindriques (Figure 2.4).

Les coefficients de la matrice de raideur sont des équations aux dérivées partielles en  $z$  et  $\theta$  d'ordre 1 à 4.

$$\mathcal{L} = -\frac{Eh}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} & L_{13} \\ L_{12} & L_{22} & L_{23} \\ -L_{13} & -L_{23} & L_{33} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

En notant  $\nu$  le coefficient de Poisson,  $E$  le module d'Young,  $R$  le rayon du stator,  $h$  son épaisseur et  $\rho$  sa masse volumique, on a en posant  $\beta^2 = \frac{h^2}{12R^2}$  :

$$L_{11} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1-\nu}{2R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \quad (2.33)$$

$$L_{12} = \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \theta} \quad (2.34)$$

$$L_{13} = \frac{\nu}{R} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.35)$$

$$L_{22} = (1+\beta^2) \left( \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \quad (2.36)$$

$$L_{23} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - \beta^2 \left( \frac{\partial^3}{\partial z^2 \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \right) \quad (2.37)$$

$$L_{33} = -\frac{1}{R^2} - \beta^2 \left( R \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2 \quad (2.38)$$

Si on définit  $\mathcal{M}$  par  $\mathcal{M} = \rho h I_{3 \times 3}$ , on peut alors écrire les équations différentielles des différents déplacements :

$$\frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1-\nu}{2R^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 v}{\partial z \partial \theta} + \frac{\nu}{R} \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{1+\nu}{2R} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial \theta} + (1+\beta^2) \left( \frac{1-\nu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} \right) \\ &\quad + \frac{1}{R^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \beta^2 \left( \frac{\partial^3 w}{\partial z^2 \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3 w}{\partial \theta^3} \right) \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= -\frac{\nu}{R} \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{1}{R^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \beta^2 \left( \frac{\partial^3 v}{\partial z^2 \partial \theta} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^3 v}{\partial \theta^3} \right) \\ &\quad - \frac{1}{R^2} - \beta^2 \left( R^2 \frac{\partial^4 w}{\partial z^4} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

### 2.1.2.3 Résolution harmonique

La résolution du système n'est pas a priori évidente. On peut essayer d'en trouver une solution harmonique en régime permanent en écrivant les déplacements de la façon suivante, pour un mode longitudinal d'ordre  $m$  :

$$u(z, \theta, t) = U(t) e^{in\theta} e^{imz \frac{\pi}{L}} \quad (2.42)$$

$$v(z, \theta, t) = V(t) e^{in\theta} e^{imz \frac{\pi}{L}} \quad (2.43)$$

$$w(z, \theta, t) = W(t) e^{in\theta} e^{imz \frac{\pi}{L}} \quad (2.44)$$

Cette formulation suppose que les déplacements aux extrémités  $z = 0$  et  $z = L$  du stator soient nuls. Cela implique que les conditions aux limites aux extrémités du stator soient de type « fixe ».



| Mode    | $n = 0$ | $n = 2$ | $n = 3$ | $n = 4$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| $m = 0$ | 5,7kHz  | 980 Hz  | 2,8 kHz | 5,3 kHz |
| $m = 1$ | 5,7kHz  | 4,1 kHz | 5 kHz   | 7,3 kHz |

TABLE 2.2 – Premiers modes du cylindre mince

En utilisant ces expressions dans les équations différentielles et en simplifiant les exponentielles on obtient :

$$\frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -U \left( \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 + \frac{1-\nu}{2R^2} n^2 \right) - V \frac{1+\nu}{2R} n \frac{m\pi}{L} + iW \frac{\nu}{R} \frac{m\pi}{L} \quad (2.45)$$

$$\frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -U \frac{1+\nu}{2R} n \frac{m\pi}{L} - (1+\beta^2) V \left( \frac{m\pi^2}{L} \frac{1-\nu}{2} + \frac{n^2}{R^2} \right) \quad (2.46)$$

$$+ iW \left( \frac{n}{R^2} + \beta^2 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 n + \frac{\beta^2}{R^2} n^3 \right) \quad (2.47)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho(1-\nu^2)}{E} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = & -i \frac{\nu}{R} \frac{m\pi}{L} U - iV \left( \frac{n}{R^2} + \beta^2 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 n + \frac{\beta^2}{R^2} n^3 \right) \\ & -W \left( \frac{1}{R^2} + \beta^2 R^2 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^4 + \frac{\beta^2}{R^2} n^4 + 2\beta^2 \left( \frac{m\pi}{L} \right)^2 n^2 \right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

On peut effectuer l'application numérique grâce à un outil de calcul adapté pour trouver les fréquences propres du stator en utilisant les valeurs définies précédemment. Les fréquences des différents modes sont résumées par le Tableau 2.2. Ces valeurs, pour le mode longitudinal 0, sont légèrement plus élevées que celles trouvées pour l'anneau mince avec les équations complètes (Tableau 2.1), ce qui est compréhensible dans la mesure où prendre en compte l'aspect longitudinal du système augmente sa raideur globale et donc ses fréquences propres.

#### 2.1.2.4 Résolution par calcul éléments-finis

Plutôt que de résoudre ces équations dans des milieux continus, on fait généralement appel, dans un souci de gain de temps, à une résolution par éléments-finis. Les paramètres définis plus haut permettent de faire le calcul pour un cylindre « mince » grâce à un logiciel de calcul par éléments-finis. Les conditions aux limites pour ce calcul ont été choisies de façon à ce que les extrémités du cylindre soient libres.

Ce calcul permet de déterminer les modes propres du cylindre, représentés à la Figure 2.5. Les fréquences de résonance ainsi calculées sont plus basses que celles données par le calcul analytique : le fait que les conditions aux limites aient été choisies libres abaisse la raideur de l'ensemble et donc les fréquences propres. En ce qui concerne les modes ne présentant pas de variation suivant l'axe longitudinal, les valeurs propres obtenues par cette modélisation sont proches de celles obtenues avec un modèle d'anneau mince.

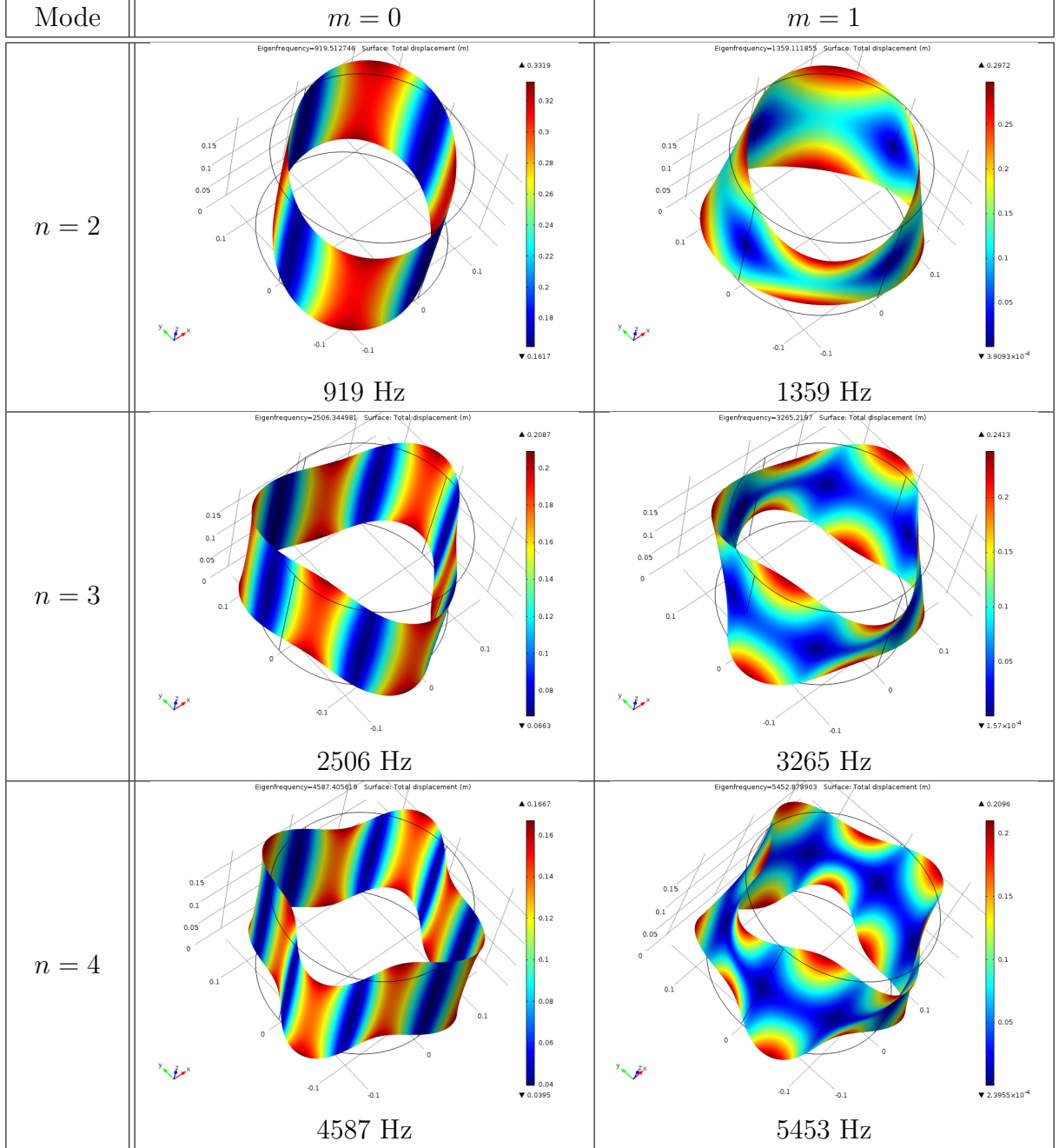


FIGURE 2.5 – Premiers modes de résonance pour le cylindre mince calculés par éléments finis

### 2.1.3 Vers un modèle plus réaliste du stator

#### 2.1.3.1 Modélisation par éléments finis

L'équation dynamique issue de la discrétisation d'une structure mécanique en éléments-finis s'exprime généralement sous la forme :

$$\mathbf{K}u + \mathbf{C}\dot{u} + \mathbf{M}\ddot{u} = \mathbf{F} \quad (2.49)$$

$u$  étant le vecteur contenant les déplacements de chaque point du stator, on note  $\mathbf{K}$  la matrice de raideur du système,  $\mathbf{C}$  la matrice d'amortissement et  $\mathbf{M}$  la matrice de masse. Le vecteur  $\mathbf{F}$  correspond aux efforts exercés sur le système et projetés sur le maillage. Dans le cas du stator et pour cette étude, il s'agit des efforts électromagnétiques présents dans l'entrefer.

Pellerey [53] a analysé la structure de la machine électrique servant de support à cette étude. Le stator est maillé avec  $n$  degrés de liberté et on cherche les déplacements pour chacun de ces  $N$  degrés de liberté : le vecteur  $u$  sera de taille  $n$  tandis que les matrices  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{M}$  seront symétriques définies positives de dimension  $n \times n$ .

La résolution du cas conservatif, c'est-à-dire avec un amortissement nul, permet de calculer les modes propres de la structure. Ces modes propres sont en fait des ondes stationnaires, créées par l'interaction des ondes vibratoires qui se propagent dans la structure avec les conditions de propagation dans le matériau et les conditions aux limites. Chaque mode propre  $k$  est caractérisé par une pulsation propre  $\omega_k$  et une déformée spatiale à  $n$  degrés de liberté  $\phi_k$ . L'ensemble des déformées spatiales  $\phi_k$  sont regroupées dans une base modale  $\Phi = [\phi_1 \dots \phi_n]$  orthogonale.

On peut définir les modes propres comme les solutions de l'équation conservative :

$$\mathbf{K}u + \mathbf{M}\ddot{u} = 0 \quad (2.50)$$

Une structure à  $n$  degrés de liberté comportera de fait  $n$  modes propres. Cependant, seuls les  $N$  premiers modes propres sont pertinents, pour peu que la fréquence du mode propre  $N$  soit largement au-dessus de la plage de fréquences étudiée. Le calcul de ces modes propres est obtenu sans difficulté grâce aux logiciels de calcul par éléments-finis courants.

La résolution du système non conservatif soumis à une excitation de l'équation 2.49 n'est quasiment jamais réalisée pour le système à  $n$  degrés de liberté. La résolution est le plus souvent obtenue par une technique dite de superposition modale, c'est-à-dire que la solution est recherchée dans l'espace de  $N$  premiers modes propres :

$$u = \sum_{j=1}^N \phi_j \alpha_j e^{i\omega t} \quad (2.51)$$

On pose  $\alpha_j(t) = \alpha_j e^{i\omega t} \forall j \in [1..N]$  et on définit  $y$  par :

$$y(t) = \begin{bmatrix} \alpha_1(t) & \dots & \alpha_N(t) \end{bmatrix}^T \quad (2.52)$$

On peut alors écrire l'équation 2.49 de la manière suivante :

$$\mathbf{K}\Phi y + \mathbf{C}\Phi \dot{y} + \mathbf{M}\Phi \ddot{y} = \mathbf{F} \quad (2.53)$$

Les inconnues ne sont plus maintenant les  $n$  degrés de liberté du vecteur  $u$  mais les coefficients  $\alpha_{j,j \in [1..N]}$ . On est passé d'un système à  $n$  degrés de liberté c'est-à-dire à plusieurs millions de degrés de liberté, à un système à  $N$  degrés de liberté, généralement quelques dizaines de modes propres, au maximum une centaine.

On multiplie l'équation précédente par  $\Phi^T$  :

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi y + \Phi^T \mathbf{C} \Phi \dot{y} + \Phi^T \mathbf{M} \Phi \ddot{y} = \Phi^T \mathbf{F} \quad (2.54)$$

Les termes diagonaux des matrices  $\Phi^T \mathbf{K} \Phi$ ,  $\Phi^T \mathbf{C} \Phi$  et  $\Phi^T \mathbf{M} \Phi$  correspondent aux modes propres. Les termes croisés, de la forme  $\phi_j^T \mathbf{C} \phi_k$  (par exemple), correspondent aux couplages des modes. Dans le cas de petits déplacements, comme c'est le cas pour les vibrations d'un stator puisqu'elles sont de l'ordre du micron, le seul terme pouvant induire des termes croisés est le terme de dissipation, via la matrice d'amortissement  $\mathbf{C}$ . En général, ces termes croisés sont négligeables par rapport aux termes diagonaux. Pour les matrices de raideur  $\mathbf{K}$  et de masse  $\mathbf{M}$ , ces termes croisés sont nuls.

La propriété d'orthogonalité de la base modale permet donc d'écrire que :

$$\forall j, k \in [1 \dots N]^2, \begin{cases} \phi_j M \phi_k = m_j \delta_{j,k} \\ \phi_j C \phi_k = c_j \delta_{j,k} \\ \phi_j K \phi_k = k_j \delta_{j,k} \end{cases} \quad \text{où } \delta_{h,k} = \begin{cases} 1 & \text{si } h = k \\ 0 & \text{si } h \neq k \end{cases} \quad (2.55)$$

$m_h$ ,  $c_h$  et  $k_h$  sont ici les coefficients scalaires de masse, d'amortissement et de raideur pour le mode  $h$ .

Les différentes matrices considérées,  $\Phi^T \mathbf{K} \Phi$ ,  $\Phi^T \mathbf{C} \Phi$  et  $\Phi^T \mathbf{M} \Phi$  sont donc diagonales. Les propriétés d'orthogonalité permettent d'écrire pour chaque mode propre  $j$  :

$$k_j \alpha_j + c_j \dot{\alpha}_j + m_j \ddot{\alpha}_j = F_j \quad (2.56)$$

Dans la décomposition modale de  $u$  telle que nous venons de la réaliser, les fonctions  $\phi_{j,j \in [1..N]}$  permettent de prendre en compte le caractère spatial des vibrations. Les fonctions  $\alpha_{j,j \in [1..N]}$  définiront quant à elles la dynamique de chaque mode propre (fréquence de résonance et amortissement notamment).

Cette technique de superposition des modes propres est également utilisée par Camus [12] pour identifier la réponse à une excitation de l'accélération radiale du stator pour une machine à réluctance variable. Camus modélise chaque mode par une fonction passe-haut résonnante, qu'il identifie expérimentalement en considérant que les efforts appliqués à ces modes proviennent du carré des courants circulant dans la dent du stator étudiée.

Les déformées et les fréquences de résonance des différents modes propres du stator peuvent être déterminés de plusieurs manières. En effet, un calcul par éléments-finis permet de les déterminer ainsi que l'a fait Pellerey [53]. Ce type de calcul peut s'avérer très long, selon le nombre  $n$  de nœuds utilisés pour mailler de stator, donc selon le nombre de degrés de liberté.

À défaut d'une modélisation précise du stator, il est aussi possible d'identifier les modes par une approche expérimentale. Cette approche permet également de valider la modélisation de la structure et donc de conforter la compréhension de son comportement.

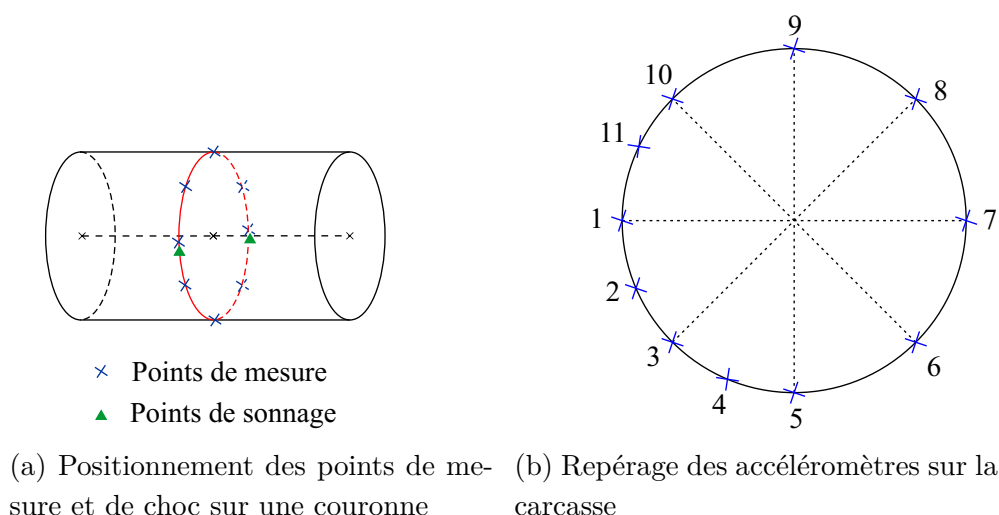


FIGURE 2.6 – Dispositif pour la mesure d'inertances

### 2.1.3.2 Sonnages

Des mesures d'inertances visant à mettre en évidence les modes propres de la machine ont été réalisées au marteau de choc, avec des essais de choc en divers points de la carcasse de la machine. Ces points sont représentés sur la Figure 2.6a et correspondent aux positions de certains des accéléromètres qui ont été placés pour la mesure. La réponse du stator a été enregistrée au moyen de ces accéléromètres répartis sur la carcasse du stator comme représenté Figure 2.6b.

Les enregistrements des réponses aux différents chocs ont ensuite été analysés au moyen d'un logiciel de mesure et d'analyse dédié<sup>1</sup>. La réponse fréquentielle pour les sonnages grâce à des chocs au niveau de deux de ces accéléromètres est représentée aux Figures 2.7 et 2.8. Les mesures représentées ont été faites sur 3 accéléromètres.

On peut observer sur ces réponses plusieurs modes de résonance :

- à 200 Hz : il s'agit vraisemblablement, au vu de résultats d'analyses effectuées au sein de Renault, d'un mode lié aux différents éléments du bloc moteur, notamment le boîtier d'électronique de puissance ;
- autour de 1050 Hz : cette résonance correspond au mode de flexion  $\{n = 2, m = 0\}$  du stator ;
- à 1200 Hz : il s'agit d'un autre mode de résonance du boîtier d'électronique de puissance ;
- à 2700 Hz : il s'agit du mode de flexion  $\{n = 3, m = 0\}$  du stator ;
- autour de 4300Hz : c'est le mode de flexion  $\{n = 4, m = 0\}$  du stator ;
- autour de 5300Hz : il s'agit ici du mode de gonflement  $\{n = 0, m = 0\}$  du stator.

Ces fréquences propres peuvent être comparées aux valeurs obtenues analytiquement et grâce au calcul par éléments-finis au Tableau 2.3. L'erreur donnée est une erreur relative par rapport aux valeurs trouvées expérimentalement. Les fréquences propres du mode  $n = 4$  trouvées analytiquement sont éloignées de la fréquence propre réelle, avec une erreur relative de 20% environ. Ce comparatif permet de valider que le calcul des fréquences

1. LMS TestLab

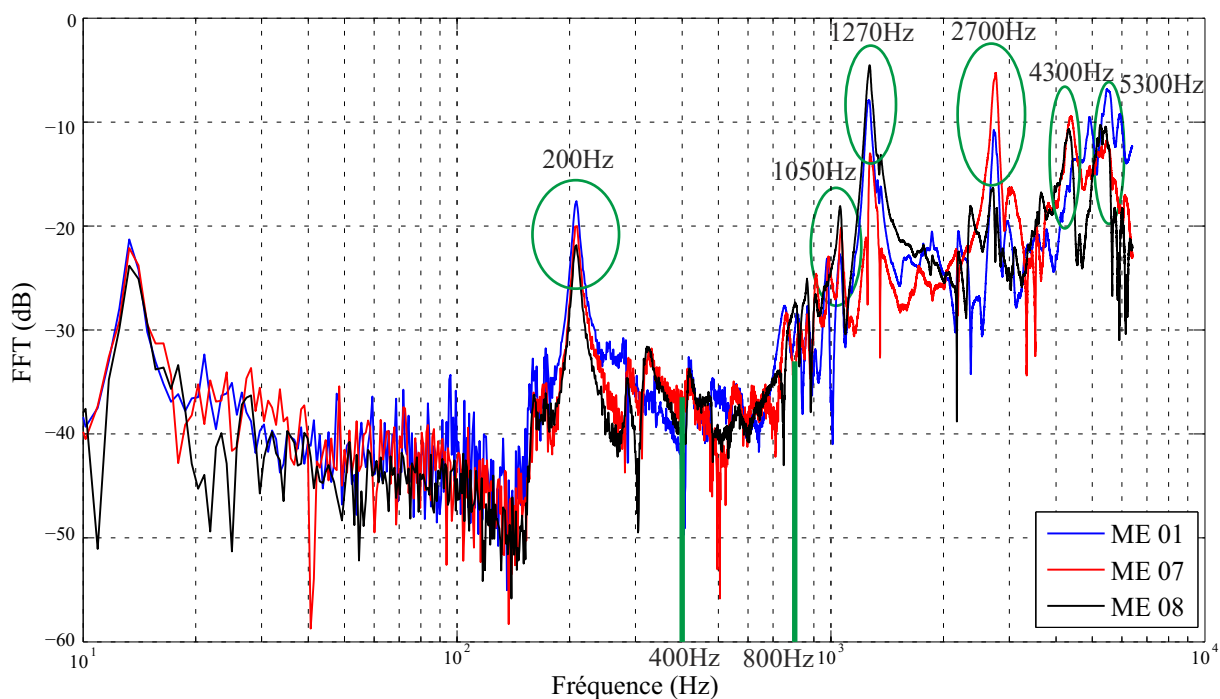


FIGURE 2.7 – Réponse de la carcasse à un sonnage au niveau de l'accéléromètre n°1

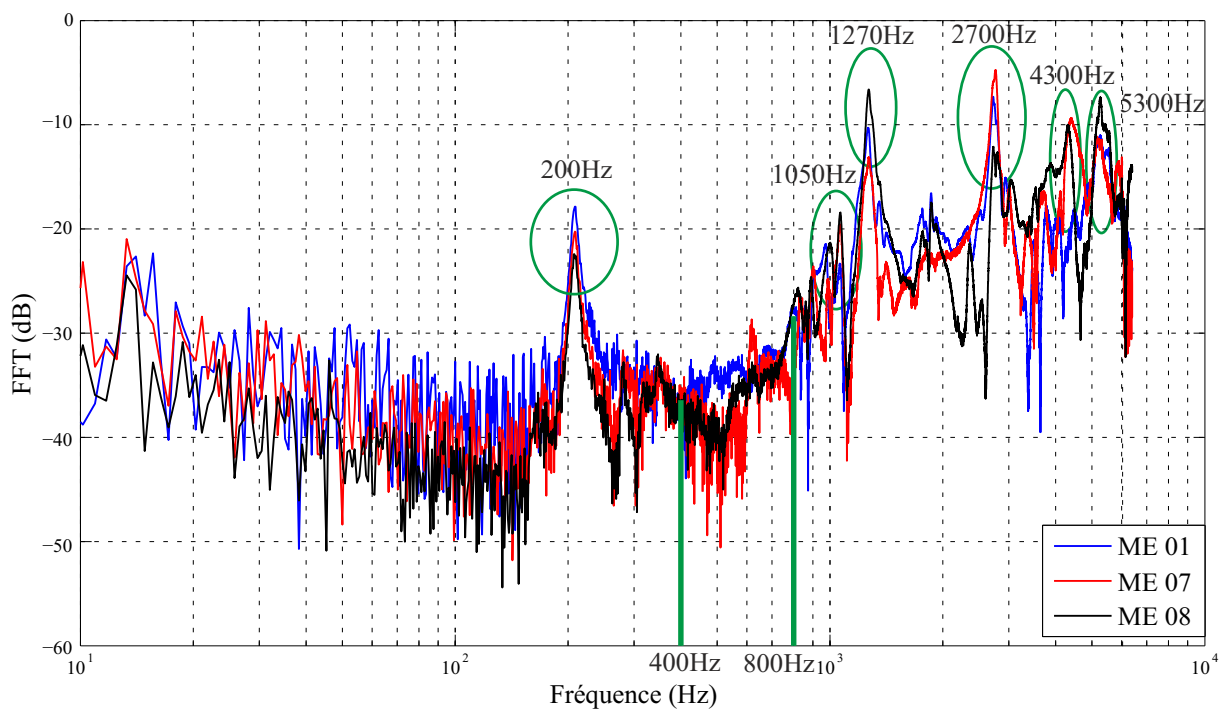


FIGURE 2.8 – Réponse de la carcasse à un sonnage au niveau de l'accéléromètre n°7

|                     |        | $n = 0$ | $n = 2$ | $n = 3$ | $n = 4$ |
|---------------------|--------|---------|---------|---------|---------|
| Expérimental        | F(Hz)  | 5300    | 1050    | 2700    | 4300    |
| Anneau mince        | F(Hz)  | 5430    | 1200    | 2900    | 5400    |
| Equations simples   | Erreur | 2,5%    | 14%     | 7,4 %   | 25%     |
| Anneau mince        | F(Hz)  | 5430    | 940     | 2650    | 5100    |
| Equations complètes | Erreur | 2,5%    | 10%     | 1,8%    | 18%     |
| Cylindre mince      | F(Hz)  | 5690    | 980     | 2760    | 5300    |
| Analytique          | Erreur | 7,4%    | 7%      | 2,2%    | 23%     |
| Cylindre mince      | F(Hz)  | -       | 919     | 2506    | 4587    |
| Éléments finis      | Erreur | -       | 12%     | 7,2%    | 6,7%    |

TABLE 2.3 – Comparatif des fréquences de résonance des principaux modes, pour  $m = 0$

propres de l’anneau mince grâce au principe de D’Alembert est plus proche de la réalité que lorsqu’on utilise les équations simplifiées. L’approximation au cylindre mince donne de moins bons résultats pour les valeurs des fréquences propres. Cela est probablement lié à la prise en compte des conditions aux limites.

Le sonnage permet également un accès aux coefficients d’amortissement, qu’il est usuellement difficile de déterminer grâce à la modélisation d’une structure. L’amortissement des structures reste un sujet d’investigation très pointue et l’approche la plus courante pour identifier l’amortissement consiste à le faire à partir des sonnages.

## 2.2 Modèle électrique de la machine

Dans cette section, le modèle électrique de la machine concernée par ces travaux est présenté, d'abord dans un repère triphasé lié aux enroulements du stator puis dans un repère tournant appelé repère de Park. Les représentations d'état utiles à la mise en place d'une procédure d'identification puis de lois de commande dédiées aux harmoniques sont exposées. Le modèle nominal de la machine fait apparaître des couplages entre les axes et des non-linéarités liées aux paramètres utilisés qu'il est important de mettre en lumière. Une solution classique de découplage des axes est enfin proposée.

### 2.2.1 Équations en triphasé

La machine sur laquelle s'appuie cette étude est une machine synchrone à rotor bobiné. Elle comprend trois bobinages au stator, qui sont notés avec les indices usuels  $a$ ,  $b$ , et  $c$ . Le bobinage au rotor est référencé par l'indice  $f$ . La relation entre les flux  $\phi$ , les courants  $i$  et les tensions  $v$  s'écrit de la manière suivante, avec  $R_s$  la résistance au stator et  $R_f$  la résistance au rotor :

$$\begin{cases} v_a &= R_s i_a + \frac{d\phi_a}{dt} \\ v_b &= R_s i_b + \frac{d\phi_b}{dt} \\ v_c &= R_s i_c + \frac{d\phi_c}{dt} \\ v_f &= R_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \end{cases} \quad (2.57)$$

Les flux et les courants au stator sont liés par les inductances propres notées  $L$  et mutuelles notées  $M$ . On a alors la relation matricielle suivante,  $\theta_e$  étant la position électrique du rotor :

$$\begin{bmatrix} \phi_a \\ \phi_b \\ \phi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a(\theta_e) & M_{ab}(\theta_e) & M_{ac}(\theta_e) \\ M_{ab}(\theta_e) & L_b(\theta_e) & M_{bc}(\theta_e) \\ M_{ac}(\theta_e) & M_{bc}(\theta_e) & L_c(\theta_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Toutes les inductances propres et mutuelles dépendent de la position électrique du rotor et donc de sa position mécanique. Cela rend l'utilisation en l'état de ces équations peu aisée pour la mise en place d'une loi de commande dans le repère lié aux bobinages du stator. De plus, les trois relations sont liées dans le cas équilibré, où l'on a  $i_a + i_b + i_c = 0$ .

### 2.2.2 Transformation de Park

#### 2.2.2.1 Présentation de la transformation de Park

Une solution à ce problème est d'effectuer un changement de repère : on se place dans un repère tournant à la même vitesse que le champ électrique du rotor, ainsi on s'affranchit de la dépendance des inductances en  $\theta$ . Le repère utilisé communément est le repère de Park. Il est constitué de trois axes :

- l'axe direct, colinéaire à l'axe  $f$  et noté  $d$  ;
- l'axe en quadrature est orthogonal à l'axe  $d$  et noté  $q$  ;



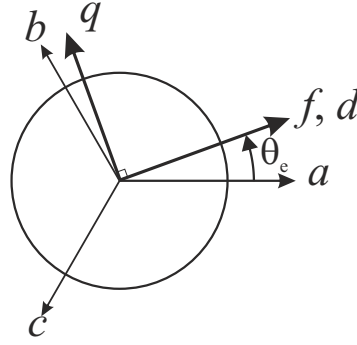


FIGURE 2.9 – Position du repère de Park relativement au rotor et au repère triphasé du stator

- l'axe homopolaire, orthogonal au plan  $\{d, q\}$  et noté 0. Cet axe, en cohérence avec les choix faits par les équipes de Renault pour la machine étudiée, ne sera pas utilisé dans la suite du travail.

Les axes  $d$  et  $q$  du repère de Park sont représentés à la Figure 2.9, ainsi que leur position par rapport au repère défini par les enroulements triphasés et à la position du rotor. On pourra trouver par exemple une modélisation de la machine synchrone dans le repère de Park dans [8].

La transformation de Park choisie, permettant la conservation des amplitudes des grandeurs, s'effectue grâce à la matrice de Park notée  $P$  :

$$P = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Les grandeurs dans le repère de Park sont alors définies à partir de l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

### 2.2.2.2 Équations de la machine dans le repère de Park

On peut réécrire les équations de la machine dans le repère de Park. On ne s'occupe que des axes  $d$  et  $q$  et on ajoute les équations de l'axe  $f$ . Pour une machine comprenant  $p$  paires de pôles au rotor et tournant à la vitesse mécanique  $N$ , la vitesse électrique sera définie par  $\omega_e = pN$ . Les six équations électriques de la machine dans le repère de Park sont :

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_e \phi_q \\ v_q = R_s i_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_e \phi_d \\ v_f = R_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \end{cases} \quad \begin{cases} \phi_d = L_d i_d + M_f i_f \\ \phi_q = L_q i_q \\ \phi_f = L_f i_f + M_f i_d \end{cases} \quad (2.61)$$

Si on souhaite par exemple transformer cet ensemble d'équations en une représentation d'état prenant en variables d'état les flux, il faut exprimer les courants en fonction de ces

derniers.

$$i_d = \frac{1}{L_d} (\phi_d - M_f i_f) \quad (2.62)$$

$$i_f = \frac{1}{L_f} (\phi_f - M_f i_d) \quad (2.63)$$

$$i_d = \frac{1}{L_d} \phi_d - \frac{M_f}{L_d L_f} (\phi_f - M_f i_d) \quad (2.64)$$

$$i_d \left( 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \right) = \frac{1}{L_d} \phi_d - \frac{M_f}{L_d L_f} \phi_f \quad (2.65)$$

En posant  $\beta = 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f}$  on obtient finalement :

$$i_d = \frac{1}{L_d \beta} \phi_d - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \phi_f \quad (2.66)$$

$$i_f = \frac{1}{L_f} \phi_f - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \left( \phi_d - \frac{M_f}{L_f} \phi_f \right) \quad (2.67)$$

$$i_f = \frac{1}{L_f} \phi_f \left( 1 + \frac{M_f^2}{L_d L_f \beta} \right) - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \phi_d \quad (2.68)$$

Il reste à simplifier cette expression en prenant en compte la définition de  $\beta$ . On peut noter que :

$$1 + \frac{M_f^2}{L_d L_f \beta} = 1 + \frac{M_f^2}{L_d L_f \left( 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \right)} \quad (2.69)$$

$$= 1 + \frac{M_f^2}{L_d L_f - M_f^2} \quad (2.70)$$

$$= \frac{L_d L_f}{L_d L_f - M_f^2} \quad (2.71)$$

$$= \frac{1}{1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f}} = \frac{1}{\beta} \quad (2.72)$$

Finalement on trouve des expressions simples des courants en fonction des flux :

$$i_d = \frac{1}{L_d \beta} \phi_d - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \phi_f \quad (2.73)$$

$$i_q = \frac{1}{L_q} \phi_q \quad (2.74)$$

$$i_f = \frac{1}{L_f \beta} \phi_f - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \phi_d \quad (2.75)$$

Puis on en déduit les équations différentielles régissant le comportement des flux dans le repère de Park :

$$\frac{d\phi_d}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d \beta} \phi_d + \omega_e \phi_q + \frac{R_s M_f}{L_d L_f \beta} \phi_f \quad (2.76)$$

$$\frac{d\phi_q}{dt} = v_q - \omega_e \phi_d - \frac{R_q}{L_q} \phi_q \quad (2.77)$$

$$\frac{d\phi_f}{dt} = v_f + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta} \phi_d - \frac{R_f}{L_f \beta} \phi_f \quad (2.78)$$

La même démarche peut être adaptée pour déterminer une représentation d'état où les variables d'état sont les courants.

On remarquera dans ces équations que les axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  sont couplés entre eux. Les axes  $d$  et  $q$  sont couplés par la vitesse électrique, tandis que le couplage entre les axes  $d$  et  $f$  dépend de l'inductance mutuelle.

### 2.2.3 Représentations d'état du modèle de la machine

Deux représentations d'état de la machine sont présentées ici. La première prend pour vecteur d'état les courants, elle sera utilisée lors de la phase d'identification du modèle de la machine (Chapitre 3). La seconde, plus représentative d'un point de vue physique, prend comme vecteur d'état les flux magnétiques. Elle sera utilisée pour la mise en place des stratégies de régulation dédiées à la problématique vibroacoustique.

#### 2.2.3.1 Vecteur d'état : courants

Un choix possible pour les variables, le plus utilisé dans la littérature, consiste à choisir les courants : on note  $X_1$  ce premier vecteur d'état.

$$X_1 = \begin{bmatrix} i_d & i_q & i_f \end{bmatrix}^T \quad (2.79)$$

Le vecteur d'entrée  $U$ , le même pour les deux représentations proposées, sera constitué par les tensions :

$$U = \begin{bmatrix} v_d & v_q & v_f \end{bmatrix}^T \quad (2.80)$$

Le vecteur de sortie, dans les deux cas, correspondra aux courants :  $Y = X_1$ . La première représentation d'état envisagée est donc la suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 &= A_1 X_1 + B_1 U \\ Y &= X_1 \end{cases} \quad (2.81)$$

Une représentation d'état peut être obtenue en écrivant :

$$\frac{d\phi_d}{dt} = L_d \frac{di_d}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} \quad (2.82)$$

$$\frac{d\phi_q}{dt} = L_q \frac{di_q}{dt} \quad (2.83)$$

$$\frac{d\phi_f}{dt} = L_f \frac{di_f}{dt} + M_f \frac{di_d}{dt} \quad (2.84)$$

Cette représentation d'état est approchée du fait de la dépendance des inductances aux valeurs des courants. Elles peuvent donc varier dans le temps et en toute rigueur on devrait écrire :

$$\frac{d(Li)}{dt} = L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \quad (2.85)$$

Ainsi, d'après les équations 2.61, on obtient :

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_d}{L_d\beta} & \omega_e \frac{L_q}{L_d\beta} & \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_q}{L_q} & -\omega_e \frac{M_f}{L_q} \\ \frac{R_d M_f}{L_d L_f \beta} & -\omega_e \frac{M_f L_q}{L_d L_f \beta} & -\frac{R_f}{L_f \beta} \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d\beta} & 0 & -\frac{M_f}{L_d L_f \beta} \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ -\frac{M_f}{L_d L_f \beta} & 0 & \frac{1}{L_f \beta} \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

$$\beta = 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \quad (2.88)$$

### 2.2.3.2 Vecteur d'état : flux

Un deuxième choix de vecteur d'état, en pratique le meilleur d'un point de vue physique puisqu'elle prend mieux en compte le comportement du circuit magnétique, consiste à utiliser les flux magnétiques. On note ce deuxième vecteur d'état  $X_2$ .

$$X_2 = \begin{bmatrix} \phi_d & \phi_q & \phi_f \end{bmatrix}^T \quad (2.89)$$

Les équations 2.76 à 2.78 permettent d'écrire :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 = A_2 X_2 + B_2 U \\ Y = C_2 X_2 \end{cases} \quad (2.90)$$

Avec :

$$A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d\beta} & \omega_e & \frac{R_s}{L_d} \frac{M_f}{\beta L_f} \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ \frac{R_f M_f}{\beta L_d L_f} & 0 & -\frac{R_f}{\beta L_f} \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.92)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d\beta} & 0 & -\frac{M_f}{\beta L_d L_f} \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ -\frac{M_f}{\beta L_d L_f} & 0 & \frac{1}{\beta L_f} \end{bmatrix} \quad (2.93)$$

### 2.2.4 Non-linéarité du modèle de la machine

Le modèle électrique de la machine présente plusieurs non-linéarités. D'une part, on peut constater qu'il dépend de la vitesse électrique  $\omega_e$  de la machine. Or, cette vitesse est liée au couple développé et aux courants eux-mêmes. Plusieurs possibilités existent pour s'affranchir de ce problème.

Une manière de prendre en compte les variations de  $\omega_e$  autour du point de fonctionnement choisi est d'écrire les équations de la machine autour de ce point de fonctionnement.

Ceci peut être fait de la façon suivante :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_d}{L_d\beta}i_d + \omega_e \frac{L_q}{L_d\beta}i_q + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta}i_f + \frac{1}{L_d\beta}v_d - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}v_f \\ \frac{di_q}{dt} &= -\omega_e \frac{L_d}{L_q}i_d - \frac{R_q}{L_q}i_q - \omega_e \frac{M_f}{L_q}i_f + \frac{1}{L_q}v_q \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{R_d M_f}{L_d L_f \beta}i_d - \omega_e \frac{M_f L_q}{L_d L_f \beta}i_q - \frac{R_f}{L_f \beta}i_f - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}v_d + \frac{1}{L_f \beta}v_f \end{cases} \quad (2.94)$$

On linéarise ensuite ce modèle autour d'un point de fonctionnement dont le choix sera expliqué ultérieurement :

$$\begin{aligned} i_d &= i_{d0} + \delta i_d \\ i_q &= i_{q0} + \delta i_q \\ i_f &= i_{f0} + \delta i_f \\ v_d &= v_{d0} + \delta v_d \\ v_q &= v_{q0} + \delta v_q \\ v_f &= v_{f0} + \delta v_f \\ \omega_e &= \omega_{e0} + \delta \omega_e \end{aligned}$$

Ceci permet de réécrire les équations 2.94 :

$$\begin{aligned} \frac{di_d}{dt} &= -\frac{R_d}{L_d\beta}(i_{d0} + \delta i_d) + (\omega_{e0} + \delta \omega_e) \frac{L_q}{L_d\beta}(i_{q0} + \delta i_q) + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta}(i_{f0} + \delta i_f) \\ &\quad + \frac{1}{L_d\beta}(v_{d0} + \delta v_d) - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}(v_{f0} + \delta v_f) \\ \frac{di_q}{dt} &= -(\omega_{e0} + \delta \omega_e) \frac{L_d}{L_q}(i_{d0} + \delta i_d) - \frac{R_q}{L_q}(i_{q0} + \delta i_q) - (\omega_{e0} + \delta \omega_e) \frac{M_f}{L_q}(i_{f0} + \delta i_f) \\ &\quad + \frac{1}{L_q}(v_{q0} + \delta v_q) \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{R_d M_f}{L_d L_f \beta}(i_{d0} + \delta i_d) - (\omega_{e0} + \delta \omega_e) \frac{M_f L_q}{L_d L_f \beta}(i_{q0} + \delta i_q) - \frac{R_f}{L_f \beta}(i_{f0} + \delta i_f) \\ &\quad - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}(v_{d0} + \delta v_d) + \frac{1}{L_f \beta}(v_{f0} + \delta v_f) \end{aligned} \quad (2.95)$$

Finalement, en travaillant autour du point de fonctionnement considéré et en négligeant les variations d'ordre 2 on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d\delta i_d}{dt} &= -\frac{R_d}{L_d\beta}\delta i_d + \frac{L_q}{L_d\beta}(i_{q0}\delta\omega_e + \omega_{e0}\delta i_q) + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta}\delta i_f + \frac{1}{L_d\beta}\delta v_d - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}\delta v_f \\ \frac{d\delta i_q}{dt} &= -\frac{L_d}{L_q}(i_{d0}\delta\omega_e + \omega_{e0}\delta i_d) - \frac{R_q}{L_q}\delta i_q - \frac{M_f}{L_q}(i_{f0}\delta\omega_e + \omega_{e0}\delta i_f) + \frac{1}{L_q}\delta v_q \\ \frac{d\delta i_f}{dt} &= \frac{R_d M_f}{L_d L_f \beta}\delta i_d - \frac{M_f L_q}{L_d L_f \beta}(i_{q0}\delta\omega_e + \omega_{e0}\delta i_q) - \frac{R_f}{L_f \beta}\delta i_f - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}\delta v_d + \frac{1}{L_f \beta}\delta v_f \end{aligned} \quad (2.96)$$

A partir des équations 2.96, le modèle linéarisé de la machine sera facilement exploitable pour l'identification, l'analyse ou encore la synthèse d'une loi de commande.

Une autre solution consiste à se placer à un point de fonctionnement préalablement choisi. On pourra alors considérer que, étant donné sa dynamique plus faible,  $\omega_e$  est

constant par rapport aux dynamiques des grandeurs électrique entrant en jeu. C'est l'hypothèse qui sera retenue dans la suite de ce travail.

Une raison supplémentaire de positionner l'étude autour d'un point de fonctionnement donné provient de la non-linéarité des inductances. En effet, celles-ci sont fonction des courants circulant dans les différents bobinages. L'évolution des quatre inductances considérées en fonction des courants  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_f$  a été déterminée par un calcul éléments-finis et est représentée sur la Figure 2.10.

L'inductance  $L_d$  sur l'axe  $d$  a les caractéristiques suivantes :

- elle peut varier d'un facteur 3 ;
- elle est déterminée à partir des valeurs des courants  $i_d$  et  $i_q$  ;
- elle est plus importante quand  $i_d$  est élevé et  $i_q$  est faible ;
- elle est minimale quand  $i_d$  est faible.

En ce qui concerne l'inductance  $L_q$  sur l'axe  $q$  :

- elle peut varier d'un facteur 2 ;
- elle dépend des trois courants  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_f$  ;
- elle est minimale quand  $i_q$  est élevé et maximale quand  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_f$  sont faibles.

Pour l'inductance  $L_f$  sur l'axe  $f$  au rotor :

- elle peut varier d'un facteur 3 ;
- elle dépend des courants  $i_q$  et  $i_f$  ;
- elle est faible quand  $i_f$  est élevé et maximale pour  $i_q$  et  $i_f$  faibles.

L'inductance mutuelle  $M_f$  entre stator et rotor présente les mêmes variations que  $L_f$ .

Au vu de ces variations, on pourrait envisager de développer un modèle linéarisé autour du point de fonctionnement de la même manière que dans les équations 2.96. Néanmoins, on verra au Chapitre 3 que les variations de ces inductances autour d'un point de fonctionnement restent limitées.

### 2.2.5 Découplage des axes $d$ et $q$

Une autre solution à la non-linéarité liée à la dépendance par rapport à la vitesse électrique  $\omega_e$  dans les équations de la machine consiste à découpler les axes  $d$  et  $q$  par rapport à la vitesse. Cela est possible à condition de connaître les inductances ainsi que  $\omega_e$ , qui est mesurée. Dans ce cas il s'agit de définir de nouvelles entrées de la machine, les tensions découplées  $\tilde{v}_d$  et  $\tilde{v}_q$  :

$$\tilde{v}_d = v_d + \omega_e L_q i_q \quad (2.97)$$

$$\tilde{v}_q = v_q - \omega_e (L_d i_d + M_f i_f) \quad (2.98)$$

On peut, à partir de l'équation 2.61, écrire les équations différentielles régissant les évolutions des courants en fonction de  $\tilde{v}_d$  et  $\tilde{v}_q$  :

$$L_d \beta \frac{di_d}{dt} = \tilde{v}_d - R_d i_d - \frac{M_f}{L_f} (v_f - R_f i_f) \quad (2.99)$$

$$L_q \beta \frac{di_q}{dt} = \tilde{v}_q - R_q i_q \quad (2.100)$$

$$L_f \beta \frac{di_f}{dt} = v_f - R_f i_f - \frac{M_f}{L_d} (\tilde{v}_d - R_d i_d) \quad (2.101)$$

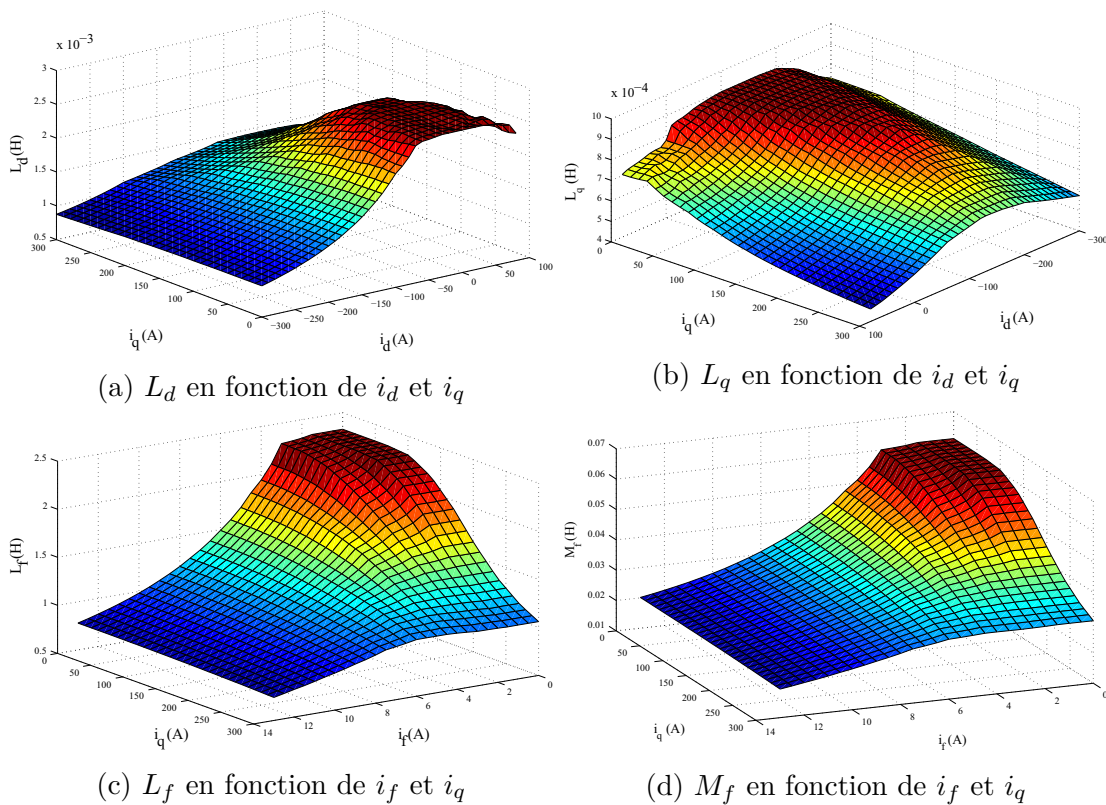


FIGURE 2.10 – Variations des inductances propres et mutuelles en fonction des courants

Les équations découplées deviennent ainsi indépendantes de la vitesse.

Le même travail de découplage est possible entre les axes  $d$  et  $f$ .

Il faut cependant remarquer que la qualité de ce découplage est dépendante de la connaissance des valeurs des inductances.

## 2.3 Harmoniques dans les différents repères

Dans cette section, on montre les liens entre les harmoniques dans les différents repères utilisés dans ce manuscrit afin de pouvoir les relier entre eux facilement. Le repère d'origine est le repère  $\{a, b, c\}$  lié aux enroulements du stator. On explicite les changements de contenu harmonique induits par la transformation vers le repère tournant de Park  $\{d, q\}$ . L'axe  $f$  lié au rotor étant un axe tournant, la numérotation des harmoniques des grandeurs sur l'axe  $f$  sera identique à la numérotation dans le repère de Park. Pour des raisons logicielles que nous exposerons, la numérotation des harmoniques vibratoires est encore différente.

Pour les grandeurs électriques, on considère de manière très générale une grandeur  $x$ , triphasée dans le repère  $\{a, b, c\}$ , dont la pulsation fondamentale est la vitesse électrique  $\omega_e$  de la machine.

### 2.3.1 Effet de la transformation de Park sur les harmoniques

#### 2.3.1.1 Harmoniques dans les grandeurs triphasées

L'effet de la transformation de Park sur l'harmonique d'ordre  $k$  (dans le repère  $\{a, b, c\}$ ) de  $x$  est étudié. On cherche ainsi à déterminer quels harmoniques peuvent être présents dans le repère  $\{d, q\}$  tournant à la pulsation  $\omega_e$  ainsi que leurs sources. La variable  $x$ , qui peut aussi bien être un courant, une tension ou le flux magnétique, sera d'amplitude 1 afin d'alléger l'écriture et déphasée de  $\psi$ . On définit de plus  $\theta_e$  de telle sorte que  $\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e$ . En régime permanent, on a  $\theta_e = \omega_e t$  et par conséquent  $\cos(k\theta_e) = \cos(k\omega_e t)$ . Considérer que l'égalité  $\theta_e = \omega_e t$  est vraie sur l'ensemble du fonctionnement de la machine constitue une approximation, qui sera utilisée par la suite pour le travail sur les harmoniques de courant.

$$\begin{cases} x_a &= \cos(k\theta_e + \psi) \\ x_b &= \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) + \psi\right) \\ x_c &= \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) + \psi\right) \end{cases} \quad (2.102)$$

On calcule alors les harmoniques équivalents en appliquant la transformation de Park :

$$\begin{cases} x_d &= \frac{2}{3} \left\{ \cos(\theta_e) \cos(k\theta_e + \psi) + \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) + \psi\right) \right. \\ &\quad \left. + \cos\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) + \psi\right) \right\} \\ x_q &= \frac{2}{3} \left\{ -\sin(\theta_e) \cos(k\theta_e + \psi) - \sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) + \psi\right) \right. \\ &\quad \left. - \sin\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) + \psi\right) \right\} \end{cases} \quad (2.103)$$



En développant les produits de cosinus on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_d = \frac{1}{3} \left\{ \cos((k+1)\theta_e + \psi) + \cos((k-1)\theta_e + \psi) \right. \\ \quad + \cos\left((k-1)\theta_e - (k-1)\frac{2\pi}{3} + \psi\right) + \cos\left((k+1)\theta_e - (k+1)\frac{2\pi}{3} + \psi\right) \\ \quad \left. + \cos\left((k-1)\theta_e - (k-1)\frac{4\pi}{3} + \psi\right) + \cos\left((k+1)\theta_e - (k+1)\frac{4\pi}{3} + \psi\right) \right\} \\ x_q = -\frac{1}{3} \left\{ \sin((k+1)\theta_e + \psi) - \sin((k-1)\theta_e + \psi) \right. \\ \quad + \sin\left((k+1)\theta_e - (k+1)\frac{2\pi}{3} + \psi\right) - \sin\left((k-1)\theta_e - (k-1)\frac{2\pi}{3} + \psi\right) \\ \quad \left. + \sin\left((k+1)\theta_e - (k+1)\frac{4\pi}{3} + \psi\right) - \sin\left((k-1)\theta_e - (k-1)\frac{4\pi}{3} + \psi\right) \right\} \end{array} \right. \quad (2.104)$$

Examinons le résultat pour les différentes valeurs possibles de  $k$  :

— Si  $k = 3n$ , alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} k-1 = 3n-1 \\ k+1 = 3n+1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (k-1)\frac{2\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}[2\pi] \\ (k-1)\frac{4\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}[2\pi] \\ (k+1)\frac{2\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}[2\pi] \\ (k+1)\frac{4\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}[2\pi] \end{array} \right. \quad (2.105)$$

Ce qui donnerait finalement  $x_d = x_q = 0$ .

— Si  $k = 3n+1$ , alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} k-1 = 3n \\ k+1 = 3n+2 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (k-1)\frac{2\pi}{3} = 0[2\pi] \\ (k-1)\frac{4\pi}{3} = 0[2\pi] \\ (k+1)\frac{2\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}[2\pi] \\ (k+1)\frac{4\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}[2\pi] \end{array} \right. \quad (2.106)$$

Il vient alors pour  $x_d$  et  $x_q$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_d = \cos((k-1)\theta_e + \psi) \\ x_q = \sin((k-1)\theta_e + \psi) \end{array} \right. \quad (2.107)$$

— Si  $k = 3n+2$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} k-1 = 3n+1 \\ k+1 = 3n+3 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (k-1)\frac{2\pi}{3} = -\frac{4\pi}{3}[2\pi] \\ (k-1)\frac{4\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3}[2\pi] \\ (k+1)\frac{2\pi}{3} = 0[2\pi] \\ (k+1)\frac{4\pi}{3} = 0[2\pi] \end{array} \right. \quad (2.108)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_d = \cos((k+1)\theta_e + \psi) \\ x_q = -\sin((k+1)\theta_e + \psi) \end{array} \right. \quad (2.109)$$

On en déduira notamment que les harmoniques 5 et 7 dans le repère triphasé donnent un harmonique 6 dans le repère de Park et que les harmoniques 11 et 13 en triphasé donnent un harmonique 12 dans Park.

### 2.3.1.2 Autres harmoniques créés par la transformation de Park

Le calcul précédent a été réalisé dans l'hypothèse où les grandeurs triphasées sont parfaitement équilibrées, avec des valeurs moyennes nulles. On peut s'interroger sur l'influence d'un déséquilibre et sur celle d'un décalage sur une ou plusieurs des phases.

Dans le cas où les grandeurs ne sont pas équilibrées, on peut par exemple les écrire de la façon suivante :

$$\begin{cases} x_a &= \cos(k\theta_e) + x_{a0} \\ x_b &= \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right)\right) + x_{b0} \\ x_c &= \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right)\right) + x_{c0} \end{cases} \quad (2.110)$$

Avec  $x_{a0}$ ,  $x_{b0}$  et  $x_{c0}$  des constantes, nulles ou non.

Le système peut avoir été équilibré artificiellement, en mesurant  $x_a$  et  $x_b$  et en posant  $x_c = -x_a - x_b$ . En présence d'un décalage sur les phases  $a$  et  $b$ , on peut écrire que :

$$\begin{cases} x_a &= \cos(k\theta_e) + x_{a0} \\ x_b &= \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right)\right) + x_{b0} \\ x_c &= \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right)\right) - x_{a0} - x_{b0} \end{cases} \quad (2.111)$$

Ceci reviendra au même, mathématiquement parlant, que lorsque les grandeurs prennent la forme 2.110. Les grandeurs dans le repère de Park seront alors les suivantes :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_a - x_{a0} \\ x_b - x_{b0} \\ x_c - x_{c0} \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} x_{a0} \\ x_{b0} \\ x_{c0} \end{bmatrix} \quad (2.112)$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_a - x_{a0} \\ x_b - x_{b0} \\ x_c - x_{c0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{a0} \cos(\theta_e) + x_{b0} \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) + x_{c0} \cos\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \\ -x_{a0} \sin(\theta_e) - x_{b0} \sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) - x_{c0} \sin\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (2.113)$$

La première partie de l'expression renvoie aux calculs faits précédemment. Dans la seconde partie, on constate que l'introduction d'un décalage ou d'un déséquilibre entraîne la création d'un harmonique dans le repère de Park qui a la même fréquence que le fondamental de la grandeur triphasée. L'amplitude de cet harmonique est liée aux valeurs des décalages sur les différents axes.

Si maintenant l'une des grandeurs triphasées n'a pas la même amplitude que les deux autres, on aura :

$$\begin{cases} x_a &= x_0 \cos(k\theta_e) \\ x_b &= x_0 \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ x_c &= (x_0 + \delta x) \cos\left(k\left(\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \end{cases} \quad (2.114)$$

La transformation vers le repère de Park sera la suivante :

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} + P \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \delta x \cos \left( k \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \end{bmatrix} \quad (2.115)$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta x \cos \left( k \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \cos \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\delta x \cos \left( k \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \sin \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (2.116)$$

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} + \delta x \begin{bmatrix} \cos \left( (k+1) \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) + \cos \left( (k-1) \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \\ -\sin \left( (k+1) \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) + \sin \left( (k-1) \left( \theta_e - \frac{4\pi}{3} \right) \right) \end{bmatrix} \quad (2.117)$$

Dans le cas d'une différence d'amplitude sur le fondamental des courants ( $k = 1$ ), on voit qu'un harmonique 2 sera ajouté aux grandeurs  $x_d$  et  $x_q$ .

### 2.3.2 Harmoniques vibratoires

L'analyse des signaux vibratoires mesurés par les accéléromètres collés sur la machine est faite à l'aide de LMS TestLab. La numérotation des harmoniques vibratoires suivra donc celle du logiciel. Pour cette analyse, LMS TestLab utilise la mesure de la vitesse  $N$  (en tr/min) de la machine et utilise la fréquence fondamentale suivante :

$$\omega_{0,LMS} = \frac{2\pi}{60} N \text{ rad/s} \quad (2.118)$$

Il y aura donc un facteur  $p = 2$  lié au nombre de paires de pôles entre la fréquence du fondamental utilisée par LMS et la fréquence électrique de la machine.

### 2.3.3 Bilan

On note pour la suite  $C_h$  l'harmonique  $h$  de courant et  $H_h$  l'harmonique vibratoire  $h$ . Le lien entre les différents harmoniques dans le repère triphasé, dans le repère de Park et en vibratoire est représenté à la Figure 2.11. Deux harmoniques superposés ont la même fréquence, par exemple l'harmonique vibratoire  $H_{12}$  sera à la même fréquence que l'harmonique de courant  $C_6$ .

Seuls quelques uns des harmoniques vibratoires sont représentés. De plus, on constatera qu'aucun harmonique multiple de 3 n'est représenté dans le repère  $\{a, b, c\}$  : en effet, lorsque le système est parfaitement équilibré, ces harmoniques sont inexistants.

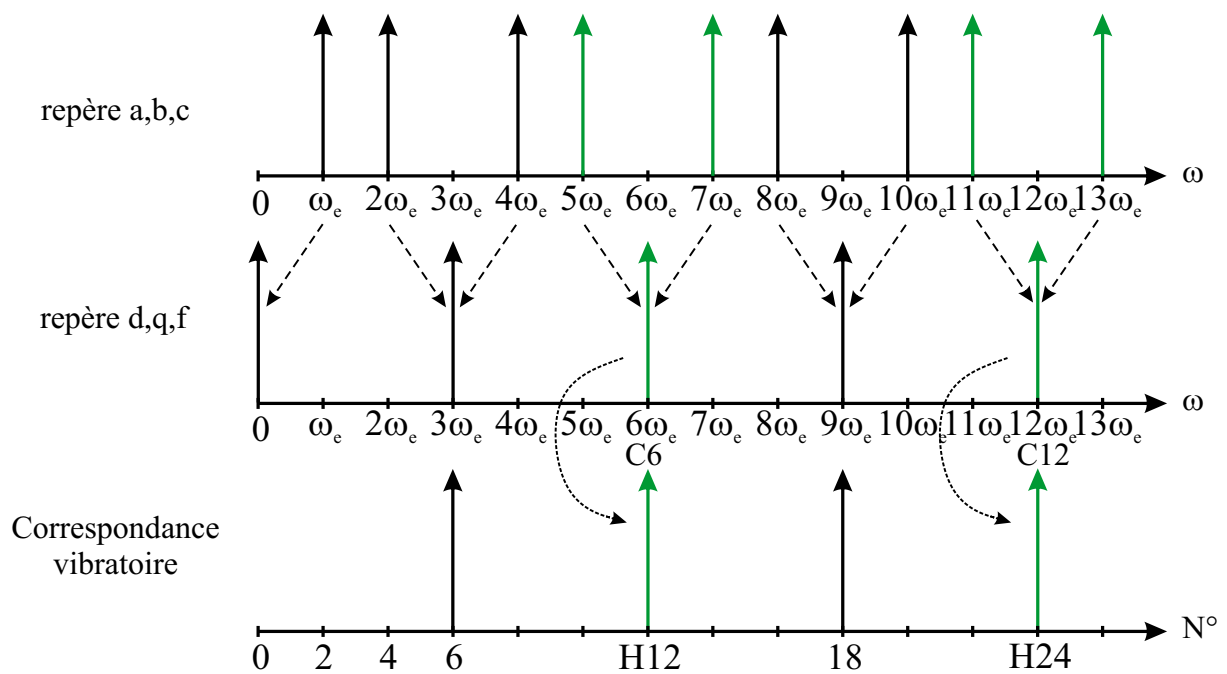


FIGURE 2.11 – Correspondance entre les harmoniques dans les différents repères

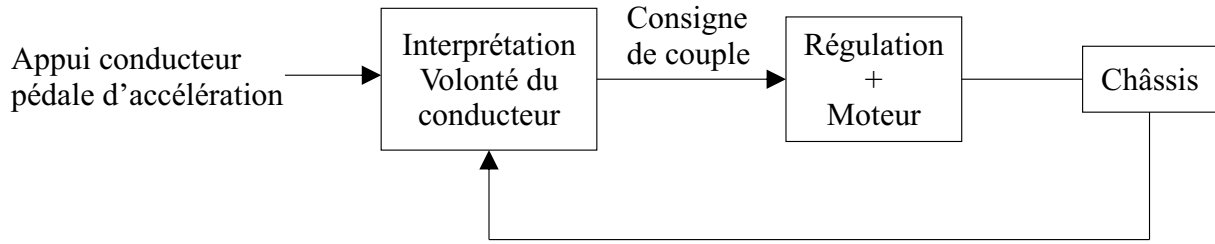


FIGURE 2.12 – Interprétation de la volonté du conducteur pour générer une consigne de couple

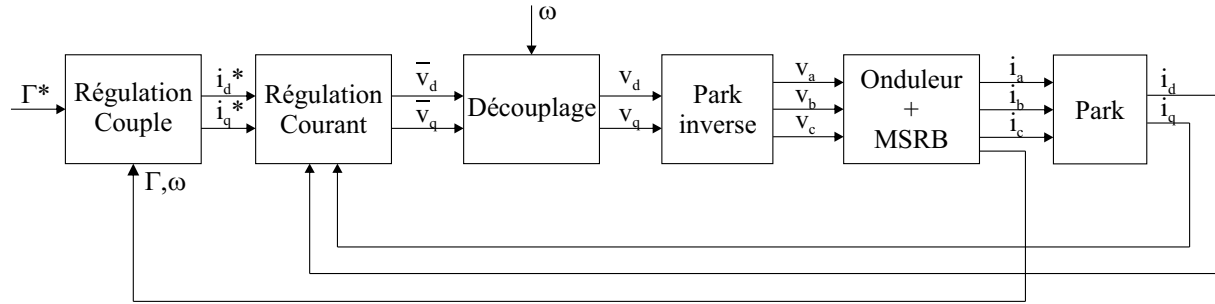


FIGURE 2.13 – Position de la régulation principale

## 2.4 Présentation de la régulation principale

La régulation principale de la machine, établie par les équipes de Renault, comprend deux boucles imbriquées.

La première permet de réguler le couple fourni par la machine électrique. Cette régulation en couple correspond à l'interprétation de la volonté du conducteur lorsqu'il appuie sur l'accélérateur, comme schématisé sur la Figure 2.12. Cependant, le calcul des consignes de courant pour atteindre le niveau de couple requis requiert la prise en compte d'un certain nombre de paramètres, tels que le régime du moteur, sa température ou encore la tension délivrée par la batterie. C'est pourquoi le bloc permettant de générer ces consignes sera plutôt constitué de cartographies, comme sur la Figure 2.13, permettant de tenir compte des différents facteurs que l'on vient de citer. Les requêtes de courants sont limitées de façon à assurer le défluxage de la machine, et ainsi optimiser sa plage de fonctionnement.

La seconde boucle s'assure du suivi des consignes de courant par la machine électrique. Elle constitue une contrainte importante pour la mise en place de la régulation harmonique. Elle est positionnée comme illustré sur la Figure 2.13.

Dans le contexte de ces travaux, cette loi de commande est fixée et la régulation harmonique qui sera mise en place ne doit pas modifier ses propriétés dans sa bande passante.

Cette régulation en courant est en pratique implantée dans le repère de Park. Elle est constituée d'un régulateur PI sur chacun des axes d, q et f, permettant d'assurer les dynamiques de réponse en courant sur ces trois axes. Pour tenir compte des contraintes physiques de la machine et de l'onduleur, les tensions de commande calculées par la régulation en courant doivent être saturées. Cette saturation est mise en place sous deux

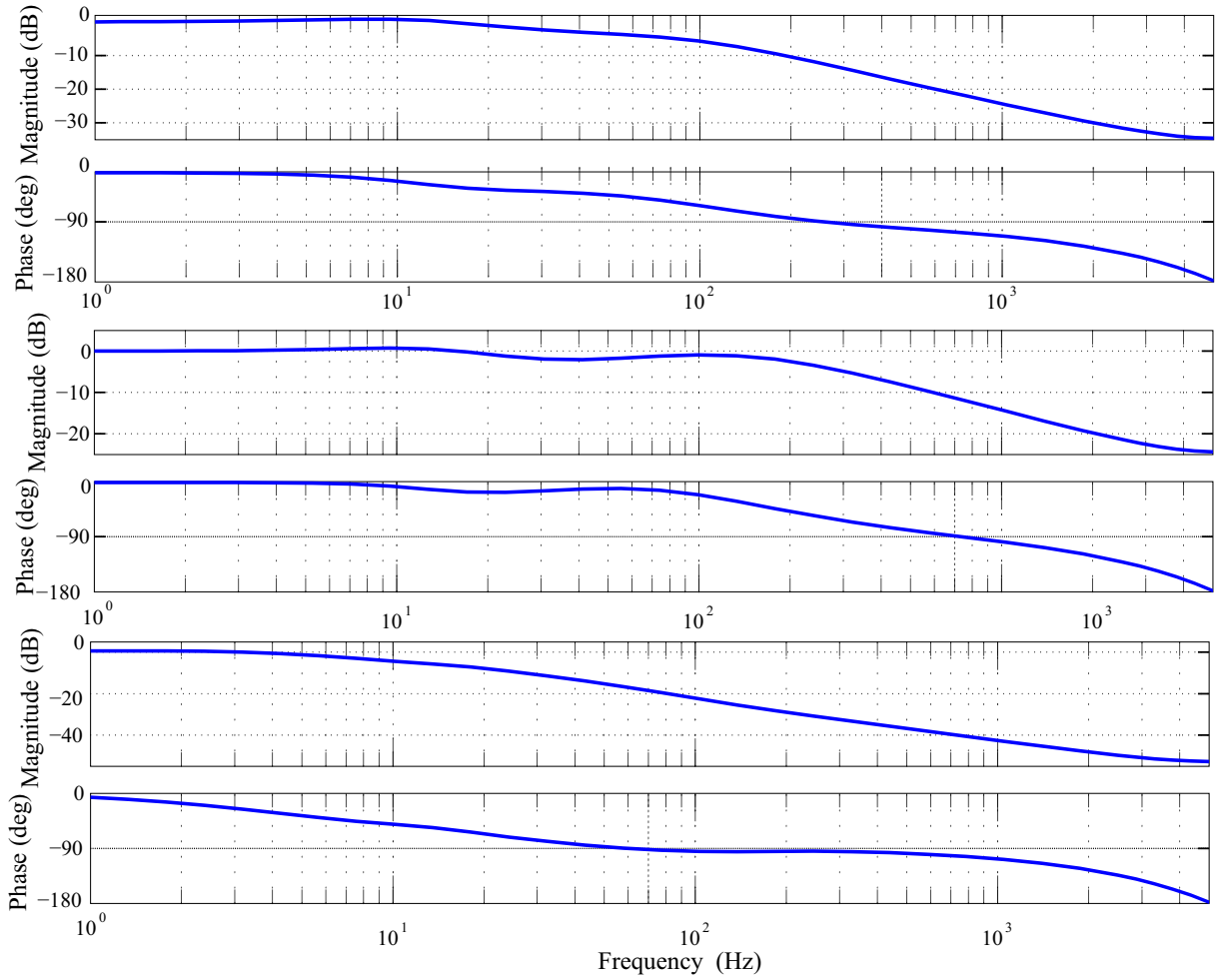


FIGURE 2.14 – Diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle fermée sur les axes  $d$ ,  $q$  et  $f$

formes :

- d'une part, les tensions de commande sont saturées de façon à ce que  $\sqrt{v_d^2 + v_s^2}$  soit inférieur à la tension maximale pouvant être fournie sur les axes  $d$  et  $q$  ;
- pour éviter que l'action intégrale des régulateur PI ne s'emballe sous l'effet de cette saturation, elle est limitée grâce à un anti-windup ;

Par ailleurs, on a vu que les axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  sont fortement couplés, aussi le régulateur intègre-t-il des blocs permettant le découplage dynamique des différents courants. Ces découplages sont fondés sur des valeurs nominales des différents paramètres, ils ne sont donc pas parfaits sur l'ensemble du domaine de fonctionnement puisqu'on a vu que ces paramètres varient.

Les réponses fréquentielles des différentes fonctions de transfert en boucle fermée sur les principaux axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  sont données à la Figure 2.14. Elles ont été déterminées à l'aide du modèle et des valeurs nominales donnés précédemment pour la machine synchrone. La bande passante sur l'axe  $d$  se situe autour de 300Hz, sur l'axe  $q$  elle est autour de 600Hz et sur l'axe  $f$  elle avoisine 60Hz. Ces bandes passantes ont été choisies pour tenir compte de la fréquence d'échantillonnage, fixée à 10kHz, ainsi que des plages de vitesses parcourues par la machine, qui peuvent monter jusqu'à 12000 tr/min.

## 2.5 Conclusions partielles

Dans ce chapitre, plusieurs modèles permettant d'appréhender le comportement mécanique du stator ont été présentés. Le modèle très simple, voire simpliste, de l'anneau mince permet de visualiser les déformations sur une couronne du stator et de déterminer une valeur approchée des fréquences propres pour chacun des modes spatiaux. L'amélioration du modèle en prenant en compte une troisième dimension sous forme de cylindre mince permet d'avoir une idée des modes longitudinaux du stator. En revanche, elle n'apporte qu'une faible précision sur les fréquences propres du cylindre, pour une complexité de calcul fortement augmentée. Une plus grande précision est apportée par un modèle éléments-finis du cylindre. Toutefois, un écart de l'ordre de 7% subsiste encore avec les fréquences propres qui ont été déterminées expérimentalement. Cet écart est lié à des erreurs de modélisation, notamment concernant les conditions aux limites utilisées ainsi que l'hypothèse concernant l'épaisseur du cylindre considéré.

Le modèle nominal de la MSRB qui sert de support à l'étude a ensuite été présenté. Ce modèle présente plusieurs non-linéarités, dues à sa dépendance à la vitesse électrique de la machine. La variabilité des inductances en fonction du point de fonctionnement est également problématique. Pour limiter l'impact de ces variations, la suite de l'étude sera effectuée à un point de fonctionnement. Celui-ci sera choisi au Chapitre 3.

Les équations de la machine sont présentées dans le repère tournant de Park. Le passage vers ce repère induit des changements au niveau du contenu harmonique des différentes grandeurs électriques. Ces changements ainsi que les liens entre les différentes numérotations des grandeurs électriques et vibratoires ont été récapitulés. Ainsi, par exemple, des harmoniques 5 et 7 dans le repère  $\{a, b, c\}$  se traduiront par un harmonique 6 dans le repère  $\{d, q\}$  et par un harmonique 12 en vibratoire.

Enfin, les boucles de régulation en couple et en courant ont été décrites. Ces régulations, déjà établies, sont contraignantes pour la mise en place de lois de commande dédiées aux harmoniques de courant.

# Chapitre 3

## Identification

Dans ce chapitre, l'objectif est de valider le modèle électrique de la machine qui a été présenté au Chapitre 2. Ce modèle sera utile pour mettre en place la loi de commande dédiée aux vibrations.

Après avoir présenté les conditions expérimentales pour l'identification et le test des lois de commande, le choix du point de fonctionnement pour la suite de l'étude est détaillé. En effet, il a été vu au chapitre précédent qu'un point de fonctionnement fixé est nécessaire selon la fréquence du mode à atténuer.

Enfin, nous verrons quelles stratégies d'identification peuvent être mises en œuvre pour valider les paramètres du modèle. Une approche globale sera mise en place afin d'identifier les paramètres d'un modèle multivariable à trois entrées et trois sorties grâce aux mesures réalisées. Ce modèle sera ensuite complété pour prendre en compte les variations possibles de la vitesse de la machine.

### 3.1 Conditions expérimentales

#### 3.1.1 Description du banc vibratoire

Les essais sur la machine ont été réalisés au moyen d'un banc dédié aux mesures vibratoires pour les groupes moto-propulseurs thermiques et électriques. Le schéma synoptique du banc est présenté à la Figure 3.1. Quelques photos sont présentées à la Figure 3.2. Les éléments qui composent ce banc sont les suivants :

Machine électrique : La machine étudiée est une Machine Synchrone à Rotor Bobiné (MSRB) à 2 paires de pôles. Comme elle est destinée à la traction automobile, sa puissance avoisine les 60 kW. Le modèle nominal de cette machine a été présenté au Chapitre 2. Les valeurs des tensions et des courants sont limitées de la façon suivante :

- les tensions sur les trois axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  peuvent théoriquement varier entre  $-380$  V et  $+380$  V ;
- les valeurs des courants sur les axes  $d$  et  $q$  sont inférieures en valeur absolue à 350 A ;
- la valeur absolue du courant au rotor est limitée à 15 A.



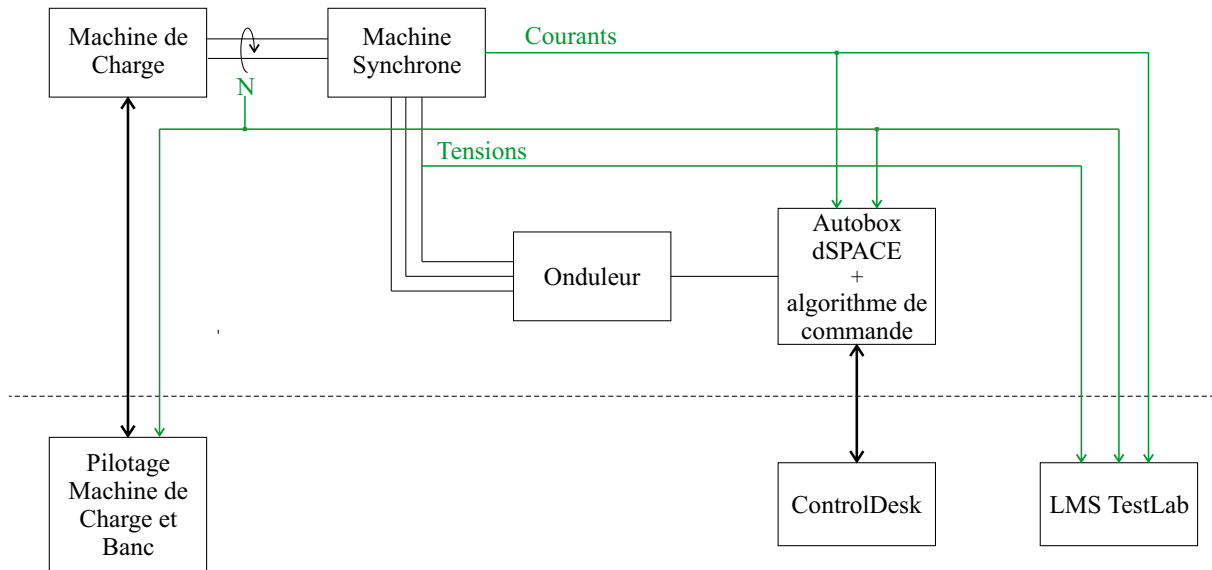


FIGURE 3.1 – Synoptique du banc vibratoire

**Machine de charge :** Une machine de charge, régulée en vitesse, permet d'imposer une vitesse et un couple résistant à la machine électrique. Elle permet de simuler l'intégration du moteur dans la voiture et la présence d'un conducteur. Cette machine, pilotée par un opérateur spécialisé, est couplée à la machine synchrone comme on peut le voir sur la photo de la Figure 3.2a.

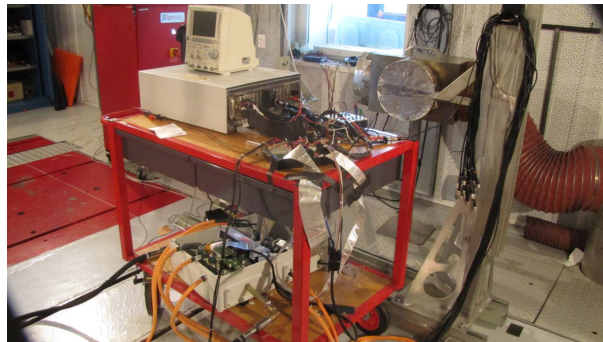
**Électronique de puissance :** La machine étudiée est alimentée par un onduleur de tension, lui-même alimenté par une source de tension continue, de tension fixe réglable. Cet onduleur est piloté en MLI avec une fréquence de commutation de 10kHz.

**Pilotage en tension de la machine et mesure des grandeurs électriques :** La régulation en courant et en vitesse de la machine est réalisée au moyen d'un logiciel de commande utilisant les fonctionnalités de Simulink. Les boucles de commande principales correspondantes ont été présentées au Chapitre 2. Le prototypage est réalisé au moyen d'un système dSPACE comprenant le logiciel de prototypage rapide ControlDesk et une Autobox. L'Autobox est un calculateur qui est programmé grâce au logiciel de pilotage préalablement compilé. Le noyau du calculateur fonctionne à une cadence de 20kHz, la fréquence d'échantillonnage de la commande est de 10kHz. Il communique avec un PC situé à l'extérieur du banc via une liaison Ethernet et ControlDesk, qui permet également de vérifier en temps réel le bon fonctionnement et d'intervenir sur le pilotage (en tension) de la machine. En particulier, certains paramètres peuvent être modifiés en cours de fonctionnement. Il est également possible de basculer dans un mode de commande où la boucle de régulation en courant est ouverte grâce à cette interface. La mesure et l'enregistrement des grandeurs électriques de la machine se font aussi via ControlDesk. Il est alors possible de choisir les variables enregistrées et la fréquence d'échantillonnage de l'enregistrement. Le calculateur et l'électronique de puissance sont montrés à la Figure 3.2b.

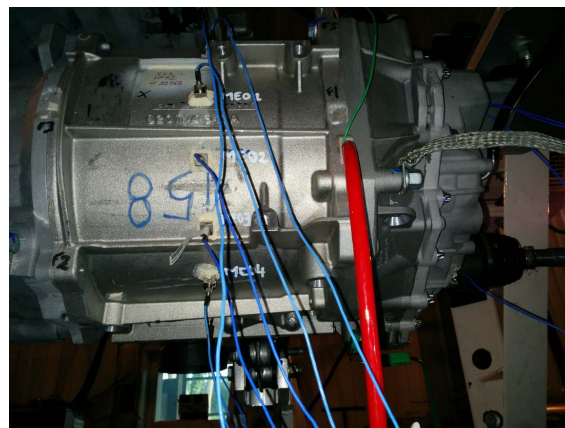
**LMS TestLab :** Les mesures d'accélération de la surface du stator du moteur sont enregistrées au moyen de capteurs répartis sur la carcasse du stator, un exemple



(a) Machine électrique, machine de charge, boîtier de mesure



(b) Calculateur dSPACE et électronique de puissance



(c) Machine électrique instrumentée avec des accéléromètres

FIGURE 3.2 – Photographies du banc utilisé pour les essais NVH

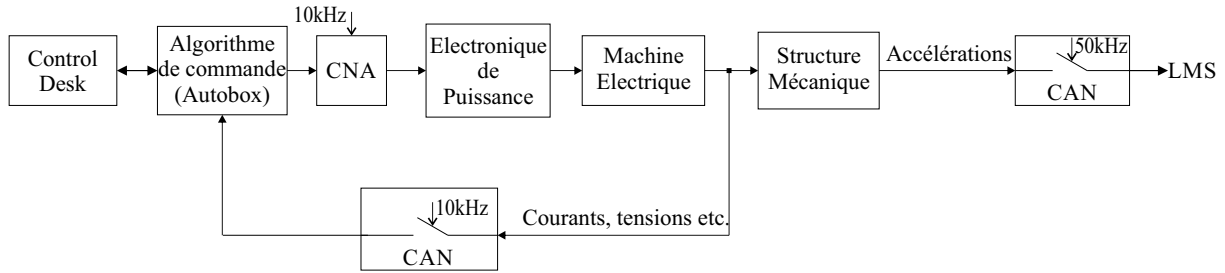


FIGURE 3.3 – Schéma-bloc récapitulant les différentes fréquences d'échantillonnage utilisées expérimentalement

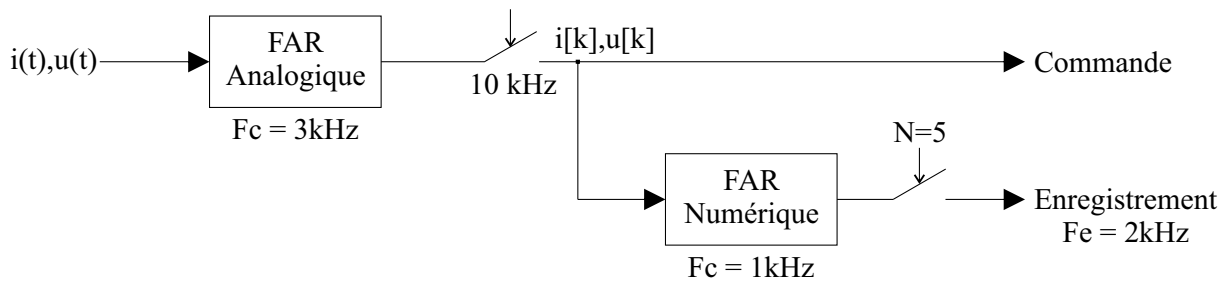


FIGURE 3.4 – Positionnement des filtres anti-repliement numérique et analogique pour la commande et l'enregistrement des données

a été donné à la Figure 2.6b et on peut voir cette installation à la Figure 3.2c. Les accéléromètres utilisés ont une bande passante comprise entre 2Hz et 7kHz. Les données sont enregistrées et traitées au moyen de LMS TestLab, de même que, entre autres, la vitesse et les courants triphasés. La fréquence d'échantillonnage de l'enregistrement peut s'élever jusqu'à 51 kHz. Ce logiciel permet d'effectuer le post-traitement des données enregistrées, incluant notamment l'analyse harmonique des signaux et les tracés correspondants.

Le schéma bloc récapitulant la chaîne complète et les différentes fréquences d'échantillonnage est donné à la Figure 3.3.

### 3.1.2 Contraintes inhérentes à l'expérimentation

L'utilisation de dSPACE pour le pilotage de la machine et l'enregistrement des données présente certaines limitations qui seront à prendre en compte lors de l'analyse des résultats et de leur utilisation pour la procédure d'identification.

Ces limitations concernent en particulier l'enregistrement et la mesure des données.

Les blocs propres à dSPACE, qui sont utilisés pour l'enregistrement, sous-échantillonnent les mesures à la période d'enregistrement demandée, mais les fonctions de filtrage anti-repliement numérique ne sont pas intégrées. Comme montré à la Figure 3.4, des Filtres Anti-Repliement (FARs) numériques à 1kHz doivent être positionnés en amont des variables enregistrées, car l'enregistrement sera fait la plupart du temps à une fréquence d'échantillonnage de 2kHz. De plus, dans notre cas, la fréquence d'enregistrement est limitée car une valeur trop élevée (plus de 5kHz) entraîne le « saut » d'un certain nombre de points lors de l'enregistrement, du fait des besoins en mémoire du logiciel de pilotage.

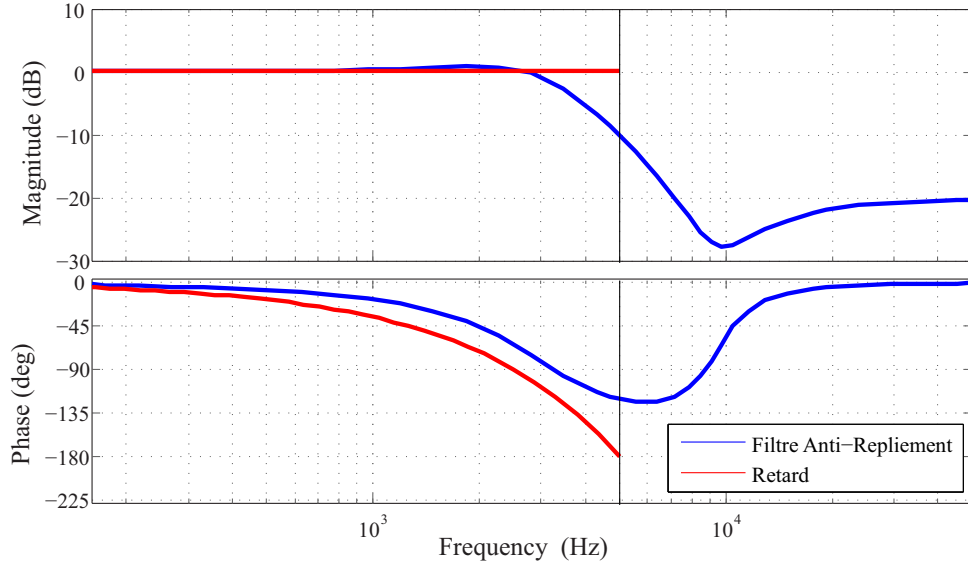


FIGURE 3.5 – Diagramme de Bode du FAR (en bleu) et d'un retard pur à  $10^{-4}$ s (en rouge)

Par ailleurs, l'utilisation du calculateur est susceptible d'introduire dans la chaîne de commande des retards dont les valeurs sont mal connues. On considèrera dans la suite que ce retard dans la chaîne de commande est équivalent à un retard d'une période d'échantillonnage  $T_e = 10^{-4}$ s sur les tensions dans le repère de Park.

Il faut également noter la présence d'un FAR analogique d'ordre 2 sur les mesures des différentes grandeurs électriques, dont la fréquence de brisure est située autour de 3kHz. Sa forme générale est :

$$FAR(s) = \frac{1 + b_1s + b_2s^2}{1 + a_1s + a_2s^2} \quad (3.1)$$

Le diagramme de Bode de ce FAR analogique est donné à la Figure 3.5. Le déphasage induit par le filtre équivaut approximativement à celui qui serait induit par un retard d'une période d'échantillonnage  $T_e = 10^{-4}$ s, ce qui permet par la suite de faciliter sa prise en compte dans les modèles discrets utilisés. À titre comparatif, la Figure 3.5 montre les diagrammes de Bode du retard pur ( $10^{-4}$  s) et du FAR. Afin de pouvoir prendre en compte les retards, en particulier pour l'identification du modèle électrique de la machine, les données enregistrées devront également être à une période d'échantillonnage de  $10^{-4}$  s. Or celles-ci sont enregistrées à  $5 \times 10^{-4}$ s, c'est pourquoi une interpolation linéaire est réalisée sur ces enregistrements. Notons toutefois que cette interpolation est susceptible de déformer légèrement le spectre des données mesurées.

Nous considèrerons pour commencer que les retards sont, au total, d'un pas en entrée de la machine (sur les tensions) et d'un pas en sortie de la machine (sur les mesures de courants).

En réalité, le retard qui s'applique sur les mesures de courants intervient dans le repère  $\{a, b, c\}$ . Cependant, ce retard ne s'applique pas sur la mesure de la position qui intervient dans la transformation de Park. Dans ces conditions, la question de l'équivalence entre l'application du pas de retard sur les mesures des courants  $i_a$ ,  $i_b$  et  $i_c$  et l'application du pas de retard sur les courants  $i_d$  et  $i_q$  se pose. Ces deux cas sont illustrés par les schémas de la Figure 3.6. On cherche donc si ces deux schémas sont équivalents.

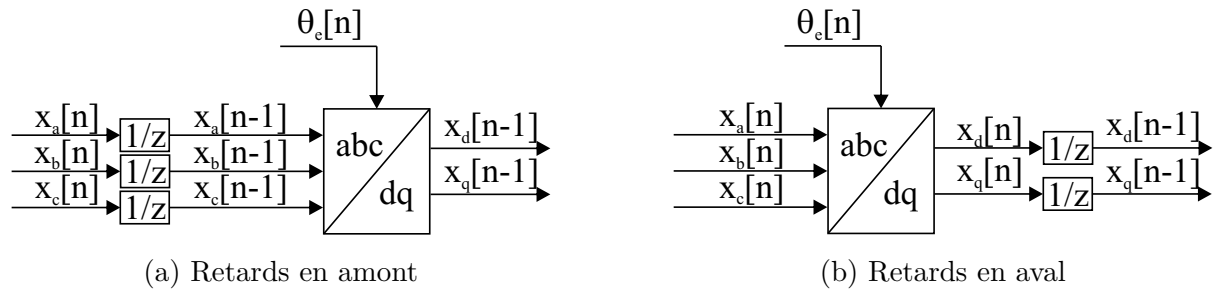


FIGURE 3.6 – Transformation des retards à travers la transformation de Park

Sur le schéma de la Figure 3.6a, qui correspond au cas réel :

- les retards s'appliquent sur les grandeurs situées dans le repère  $\{a, b, c\}$  ;
- la mesure de position n'est pas retardée.

Sur le schéma de la Figure 3.6b :

- les grandeurs dans le repère  $\{a, b, c\}$  ne sont pas retardées ;
- les retards sont situés après la transformation vers le repère  $\{d, q\}$ .

### Analyse du modèle avec retards en amont de la transformation de Park

On peut écrire en entrée du bloc de transformation sur la Figure 3.6a pour un harmonique  $h$  :

$$\begin{cases} x_a[k-1] &= \cos(h\theta_e[k-1]) \\ x_b[k-1] &= \cos\left(h\left(\theta_e[k-1] - \frac{2\pi}{3}\right)\right) \\ x_c[k-1] &= \cos\left(h\left(\theta_e[k-1] - \frac{4\pi}{3}\right)\right) \end{cases} \quad (3.2)$$

On pose  $\theta_e[k-1] = \theta_e[k] + \delta\theta_e$ . On obtient pour les grandeurs définies précédemment :

$$\begin{cases} x_a[k-1] &= \cos(h\theta_e[k] + h\delta\theta_e) \\ x_b[k-1] &= \cos\left(h\left(\theta_e[k] - \frac{2\pi}{3}\right) + h\delta\theta_e\right) \\ x_c[k-1] &= \cos\left(h\left(\theta_e[k] - \frac{4\pi}{3}\right) + h\delta\theta_e\right) \end{cases} \quad (3.3)$$

D'après les calculs développés au Chapitre 2 :

$$x_d^{(a)}[k-1] = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 3m \\ \cos((h-1)\theta_e[k] + h\delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+1 \\ \cos((h+1)\theta_e[k] + h\delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+2 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$x_q^{(a)}[k-1] = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 3m \\ \sin((h-1)\theta_e[k] + h\delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+1 \\ -\sin((h+1)\theta_e[k] + h\delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+2 \end{cases} \quad (3.5)$$

On remarque que :

$$(h-1)\theta_e[k] + h\delta\theta_e = (h-1)(\theta_e[k-1] - \delta\theta_e) + h\delta\theta_e \quad (3.6)$$

$$= (h-1)\theta_e[k-1] + \delta\theta_e \quad (3.7)$$

De même :  $(h+1)\theta_e[k] + h\delta\theta_e = (h+1)\theta_e[k-1] - \delta\theta_e$ .

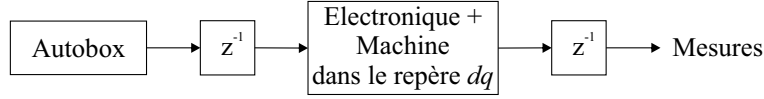


FIGURE 3.7 – Modélisation des retards intervenant expérimentalement

Finalement,  $x_d^{(a)}$  et  $x_q^{(a)}$  peuvent être écrits sous la forme :

$$x_d^{(a)}[k-1] = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 3m \\ \cos((h-1)\theta_e[k-1] + \delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+1 \\ \cos((h+1)\theta_e[k-1] - \delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+2 \end{cases} \quad (3.8)$$

$$x_q^{(a)}[k-1] = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 3m \\ \sin((h-1)\theta_e[k-1] + \delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+1 \\ -\sin((h+1)\theta_e[k-1] - \delta\theta_e) & \text{si } h = 3m+2 \end{cases} \quad (3.9)$$

### Analyse du modèle avec retards sur les grandeurs dans le repère de Park

Les grandeurs retardées après la transformation de Park comme sur la Figure 3.6b sont, avec les calculs du Chapitre 2 :

$$x_d^{(b)}[k-1] = \begin{cases} 0 & \text{si } k = 3m \\ \cos((h-1)\theta_e[k-1]) & \text{si } h = 3m+1 \\ \cos((h+1)\theta_e[k-1]) & \text{si } h = 3m+2 \end{cases} \quad (3.10)$$

$$x_q^{(b)}[k-1] = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 3m \\ \sin((h-1)\theta_e[k-1]) & \text{si } h = 3m+1 \\ -\sin((h+1)\theta_e[k-1]) & \text{si } h = 3m+2 \end{cases} \quad (3.11)$$

Entre les deux versions (a) et (b) subsiste donc un déphasage de  $\delta\theta_e$ . En régime permanent à la vitesse  $\omega_e$  et pour une période d'échantillonnage  $T_e$ , ce déphasage est de  $T_e\omega_e \leq 0,2\text{rad}$  en considérant que la vitesse mécanique maximale de la machine est de 12000 tr/min. Pour la suite de l'étude, ce déphasage sera négligé et les deux schémas de la Figure 3.6 considérés comme équivalents.

L'ensemble des retards qui sont finalement pris en compte est représenté à la Figure 3.7. Sont donc considérés :

- un temps de retard sur chacune des tensions  $v_q$ ,  $v_q$  et  $v_f$  appliquées à la machine ;
- un temps de retard sur chacun des courants  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_d$  mesurés.

L'ensemble des chaînes de mesures et de commande qui viennent d'être présentées sont résumées à la Figure 3.8. Les différents retards qui ont été évoqués ainsi que les fréquences d'échantillonnage sont également représentés. On considère que l'électronique de puissance intervient comme un simple gain unitaire, comme cela est fait classiquement dans la littérature. Les chaînes de mesure (a) et (b) de la Figure 3.9 sont considérés comme équivalentes.

Le dernier point concerne l'exploitation des données mesurées par les accéléromètres. Ces accéléromètres sont censés être placés tangentielllement à la carcasse de la machine, de sorte que l'axe  $X$  mesure les vibrations selon un axe radial, l'axe  $Y$  selon un axe tangentiel et l'axe  $Z$  selon un axe longitudinal. Or il peut arriver que les accéléromètres ne soient pas

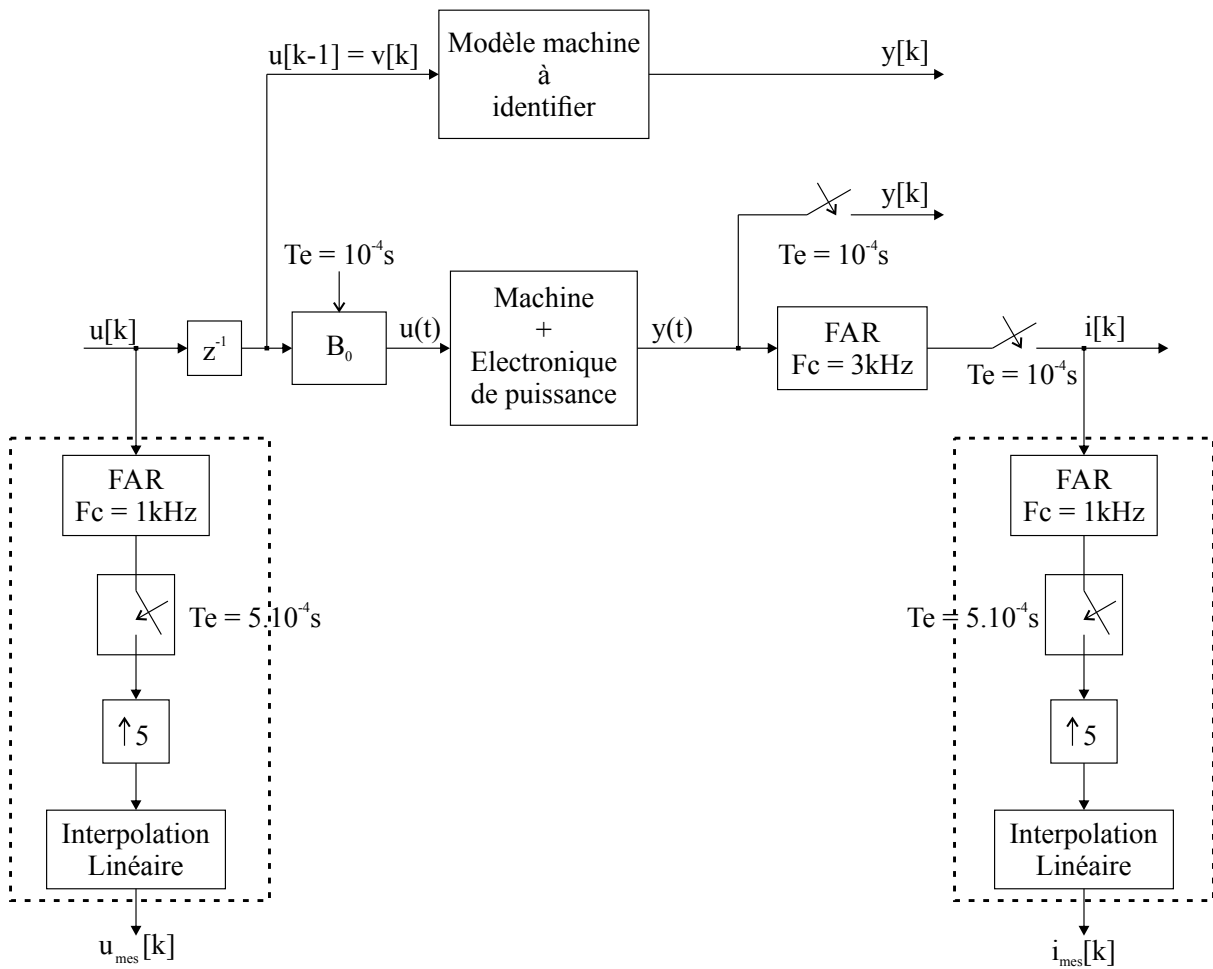


FIGURE 3.8 – Schéma résumant les différentes périodes d'échantillonnage utilisées pour la mesure et l'identification. Position du modèle à identifier

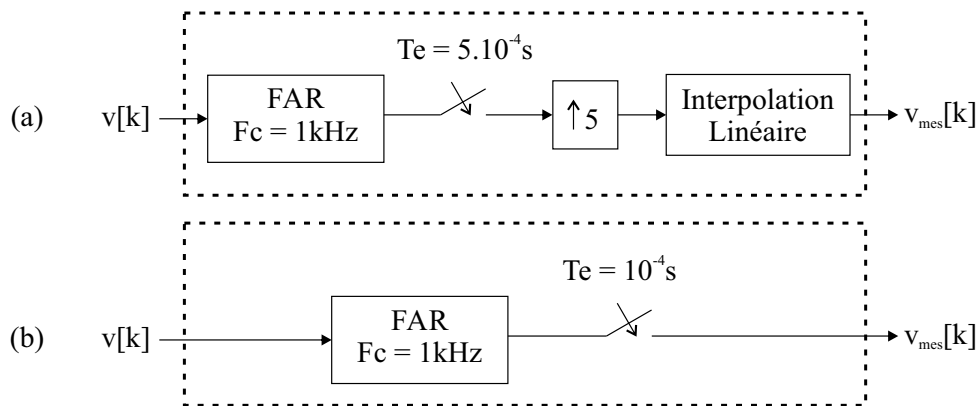


FIGURE 3.9 – Schéma de l'échantillonnage et de l'interpolation des mesures et schéma pris comme équivalent

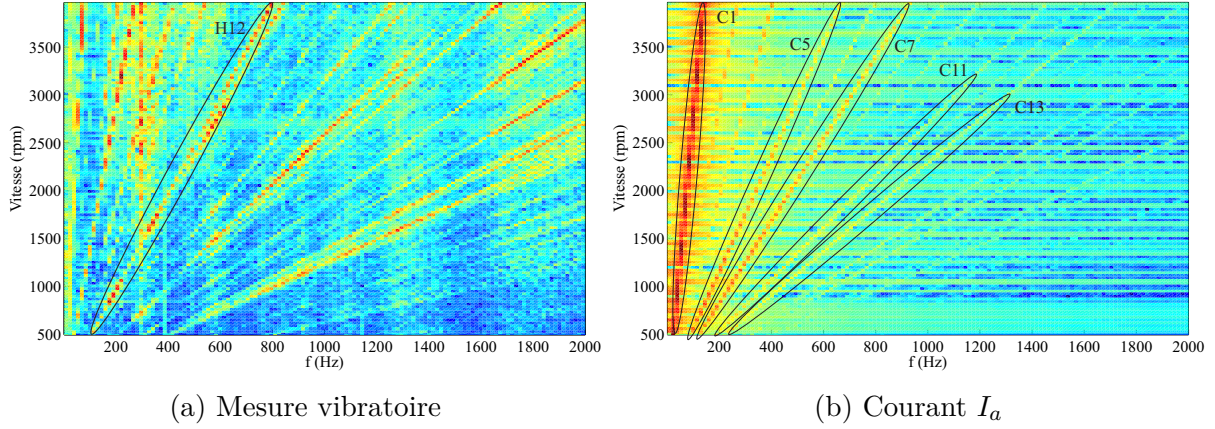


FIGURE 3.10 – Montée en régime de la machine, pour un couple de 60Nm : analyse harmonique. Rouge : plus haute amplitude ; bleu : plus faible amplitude

parfaitement alignés selon ces axes, avec une légère déviation par rapport à la tangente au stator. Pour palier ce problème, plutôt que de prendre séparément les mesures sur les différents axes, on choisit de caractériser la vibration par la norme de l'accélération mesurée :

$$\ddot{u}_{\text{utilisé}} = \sqrt{\ddot{u}_X^2 + \ddot{u}_Y^2 + \ddot{u}_Z^2} \quad (3.12)$$

Cette norme permet d'éviter les erreurs sur les mesures dues aux déviations et d'homogénéiser les résultats donnés par chacun des accéléromètres utilisés.

### 3.1.3 Choix du point de fonctionnement

Comme on l'a vu au Chapitre 2, le point de fonctionnement est fixé pour pouvoir utiliser le modèle linéaire tangent à ce point de fonctionnement. De cette manière, la variation des inductances est limitée et la vitesse est constante. Étant donné que le bruit d'origine électromagnétique prédomine à basse vitesse sur les autres bruits (roulement, aéraulique, mécanique), le point de fonctionnement sera situé dans la plage de vitesse  $[0, 3000]$  tr/min. Pour choisir les vitesses et fréquences sur lesquelles travailler, un enregistrement des mesures de l'accélération du stator en différents points de la machine a été réalisé lors d'une montée en régime. L'amplitude de ces vibrations est alors tracée en fonction de la vitesse et de la fréquence des vibrations, formant un sonagramme. L'un de ceux réalisés pour la machine considérée est représenté à la Figure 3.10a. Le couple lors de cet essai était fixé à 60Nm.

Sur ce sonagramme :

- on remarque que le spectre est constitué de raies obliques, chaque raie représentant un harmonique vibratoire étant donné que le régime est proportionnel à la fréquence du fondamental ;
- certaines raies sont prépondérantes, notamment celle correspondant à l'harmonique vibratoire n°12 qui sera appelé par la suite  $H_{12}$  ;
- on remarque que l'amplitude de cet harmonique vibratoire est particulièrement importante entre 1500 et 2000 tr/min ;
- cette émergence dépend toutefois des conditions opératoires.



Un tracé équivalent peut être réalisé pour les courants triphasés. Celui pour le courant  $I_a$  est montré à la Figure 3.10b. En dehors du fondamental ( $C_1$ ), deux harmoniques se distinguent, les harmoniques 5 et 7 ( $C_5$  et  $C_7$ ). Leurs amplitudes s'atténuent elles aussi au-delà de 2500 tr/min.

Pellerey [54, 55] a montré au moyen de simulations par éléments-finis l'influence des harmoniques 5 et 7 de courant dans le repère triphasé sur l'harmonique vibratoire 12. En effet, lors des simulations effectuées, l'amplitude des vibrations à la fréquence du  $H_{12}$  augmente en moyenne de 17dB si les courants triphasés contiennent ces harmoniques, par rapport à des courants purement sinusoïdaux. En atténuant ces harmoniques de courant, le potentiel de réduction des vibrations est donc assez important.

L'harmonique que l'on choisit de rejeter est l'harmonique vibratoire  $H_{12}$ , les harmoniques de courant correspondants dans le repère {a,b,c} étant les harmoniques  $C_5$  et  $C_7$ . Dans le repère de Park et sur l'axe  $f$ , cela coïncide d'après les calculs effectués à la Section 2.3 avec l'harmonique  $C_6$ .

Il reste maintenant à choisir le régime de fonctionnement de la machine et donc la fréquence à rejeter, sachant que l'étude sera faite dans le repère de Park. On souhaite que la régulation dédiée aux harmoniques qui sera mise en place interfère le moins possible avec la bande passante de la régulation principale. Dans l'idéal, il faut donc avoir une fréquence à rejeter relativement haute. D'un autre côté, on peut voir sur la Figure 3.10 que travailler au-delà de 2000 tr/min n'aurait que peu d'intérêt. Afin de concilier ces deux contraintes, un point de fonctionnement à un régime de 2000 tr/min semble acceptable. La fréquence de l'harmonique  $H_{12}$  est de 400Hz à ce régime, de même que la fréquence de l'harmonique  $C_6$ . Le couple fourni par la machine est fixé à un niveau élevé, 100Nm, afin de maximiser l'amplitude de l'harmonique  $H_{12}$  sur le point de fonctionnement étudié.

Pour confirmer l'influence de l'harmonique de courant  $C_6$  sur l'harmonique vibratoire  $H_{12}$ , on réalise une excitation à 400Hz des différents axes électriques autour du point de fonctionnement choisi. La vitesse de la machine électrique est toujours imposée par la machine de charge, mais la boucle de régulation en courant est ouverte. Pour cela, on impose des tensions  $v_{d0}$ ,  $v_{q0}$  et  $v_{f0}$  correspondant au point de fonctionnement de {2000tr/min, 50Nm} puis on introduit en boucle ouverte une perturbation sinusoïdale à 400Hz d'amplitude 25V sur les tensions de commande  $v_d$ ,  $v_q$  et  $v_f$ , autour du point de fonctionnement désiré. Les vibrations de la machine sont mesurées avec les accéléromètres dont elle est équipée. L'évolution du niveau de l'harmonique  $H_{12}$  est représentée à la Figure 3.11. Cette excitation à 400Hz au point de fonctionnement choisi permet de déterminer l'influence de cet harmonique sur les différents axes  $d$ ,  $q$  et  $f$ . On constate ainsi que d'un point de vue vibratoire, la machine est sensible à une perturbation à 400 Hz, qu'elle soit appliquée sur les tensions  $v_d$  ou  $v_q$ . La même perturbation sur la tension  $v_f$  a assez peu d'effet.

Ce dernier essai valide la pertinence du choix de travailler sur l'harmonique de courant à 400Hz dans le repère de Park, à un régime de 2000 tr/min. Par ailleurs, étant donné l'influence d'une perturbation sur l'axe  $f$  sur l'amplitude de l'harmonique vibratoire visé, **on pourra restreindre l'action de la loi de commande qui sera mise en place ultérieurement sur les axes  $d$  et  $q$  seulement.** Cela permettra ainsi de réduire l'ordre des correcteurs développés.

Il faut toutefois préciser que pour plusieurs essais successifs autour d'un même point de

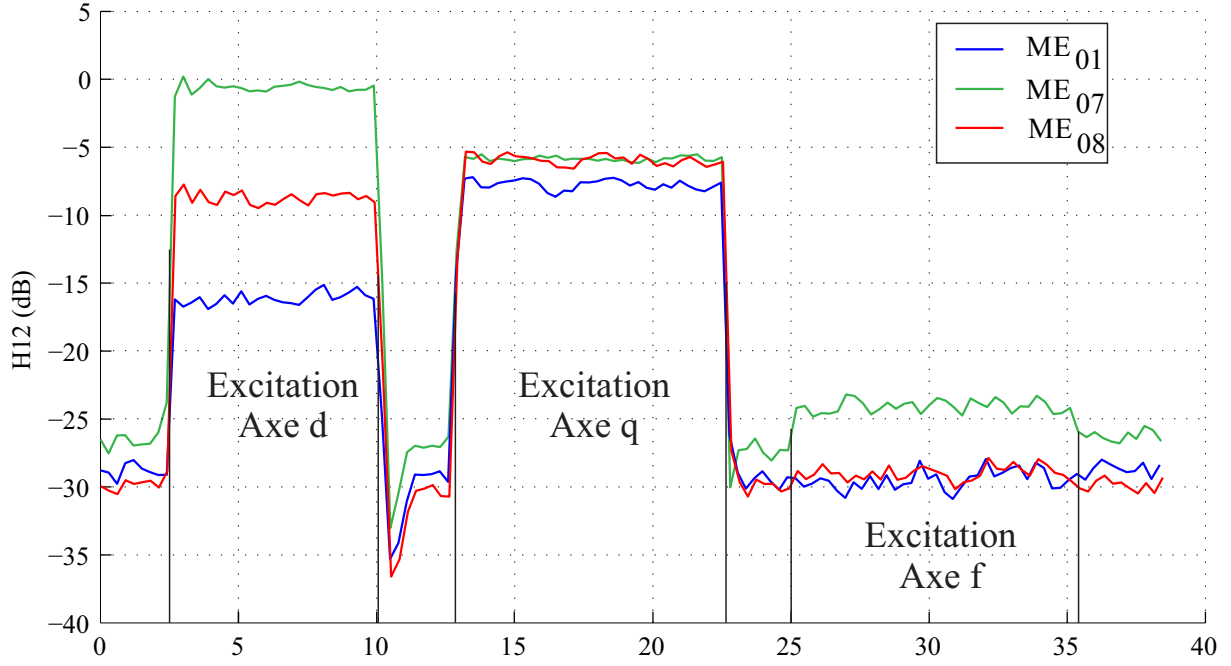


FIGURE 3.11 – Influence d’une excitation électrique à 400Hz sur l’harmonique vibratoire  $H_{12}$ . Norme de l’accélération donnée par les accéléromètres ME01, ME07 et ME08.

fonctionnement, les valeurs moyennes des courants en l’absence d’excitation complémentaire varient. Pour les mêmes tensions de commande, la valeur moyenne de ces courants au fil des essais pour un point de fonctionnement à 2000 tr/min et 100Nm est représentée à la Figure 3.12. Le courant  $i_d$ , notamment, peut varier d’un facteur 2 d’un essai sur l’autre. Cela est dû, entre autres, à l’échauffement de la machine, qui peut provoquer des variations des valeurs des résistances et des inductances.

La variation des inductances de la machine reste cependant limitée par rapport à leurs valeurs maximales, ce qui confirme l’utilité du choix d’un point de fonctionnement pour linéariser les système vis-à-vis de ces paramètres. Les valeurs de ces inductances sont représentées à la Figure 3.13. Elles ont été calculées à partir des courants moyens mesurés ci-dessus et des cartographies obtenues au moyen de calculs par éléments finis disponibles pour la machine.

Le couple  $\Gamma$  fourni par la machine est lié aux courants et aux inductances de la façon suivante :

$$\Gamma = \frac{3p}{2} M_f i_f i_q + \frac{3p}{2} (L_d - L_q) i_d i_q \quad (3.13)$$

Cela implique que le couple varie lorsque les courants varient. Il n’a pas été mesuré sur les essais présentés à la Figure 3.12 mais il peut être calculé à partir des valeurs d’inductances obtenues. La variation sur les différents essais, montrée Figure 3.12d, est limitée à 2%.

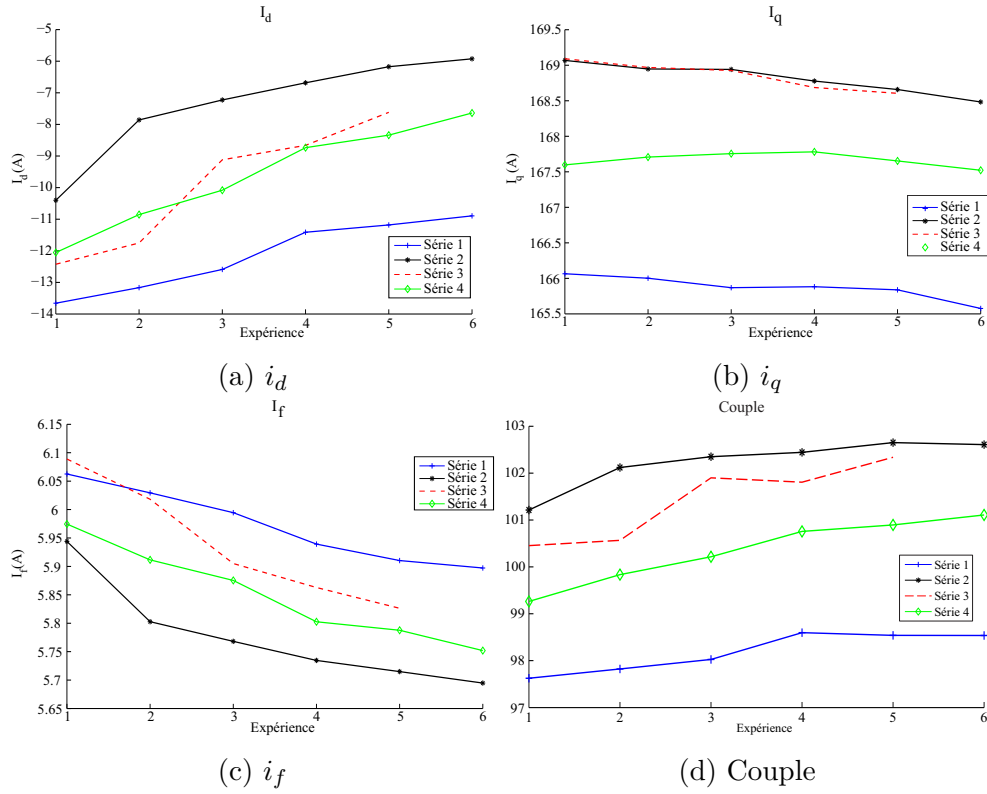


FIGURE 3.12 – Variation des courants moyens et du couple au fil d’essais successifs à 2000 rpm et 100 Nm

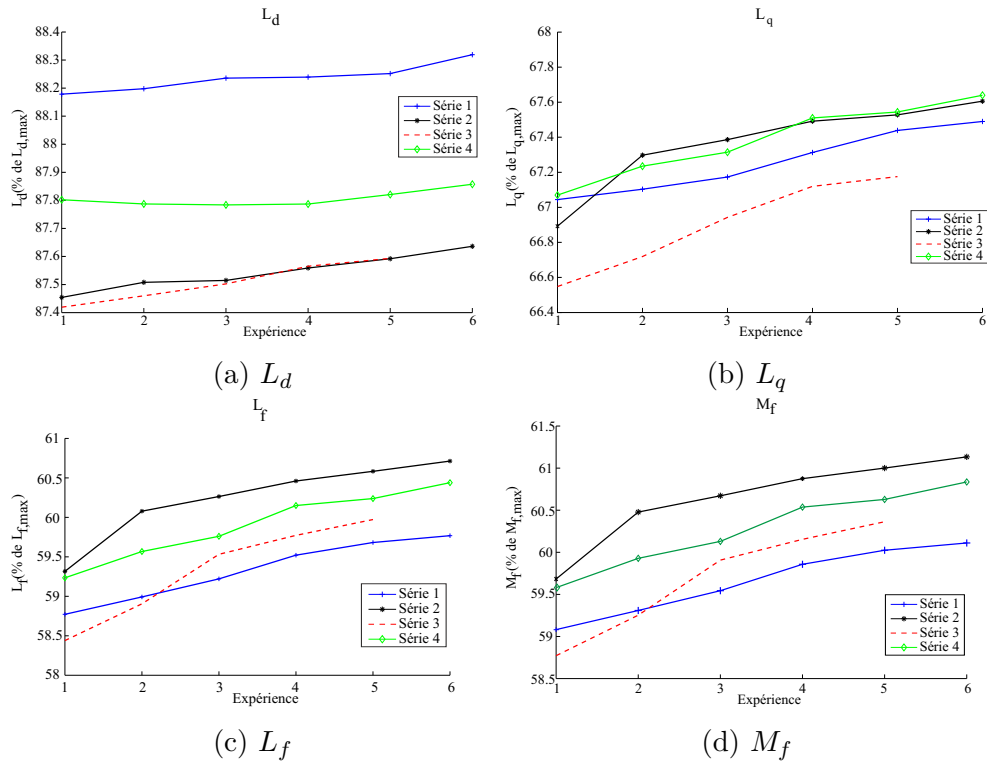


FIGURE 3.13 – Variation des inductances calculées au fil des essais successifs à 2000 rpm et 100 Nm

## 3.2 Méthodes d'identification pour la machine électrique

### 3.2.1 Signaux d'excitation utilisés

Afin de procéder à l'identification du modèle de la machine électrique, on travaille en boucle ouverte autour d'un point de fonctionnement. La machine est excitée en tension autour du point choisi  $\{v_{d0}, v_{q0}, v_{f0}\}$  comme montré à la Figure 3.14. L'électronique de puissance est ici considérée comme un gain et les harmoniques induites par son fonctionnement comme des perturbations en entrée de la machine.

Les différents axes peuvent être excités alternativement ou simultanément par un signal perturbateur, qui est constitué soit d'échelons de tension, soit d'une séquence binaire pseudo-aléatoire (SBPA). Dans le cas d'une SBPA, la fréquence d'échantillonnage étant fixée, il faut jouer sur la longueur de la séquence pour pouvoir exciter de façon privilégiée les fréquences basses, en bloquant chaque échantillon pendant un certain nombre de périodes d'échantillonnage. Ce nombre de pas durant lesquels les échantillons sont bloqués dépend de la plage de fréquences souhaitée pour l'excitation. La séquence est générée avant l'expérience et enregistrée dans une table, puis adressée à l'intérieur du logiciel de pilotage.

Dans notre cas, on choisit une séquence primaire de 511 échantillons dont la période d'échantillonnage est  $2 \times 10^{-4}$ s dont le spectre est représenté sur la partie gauche de la Figure 3.15. Les échantillons de la séquence sont ensuite bloqués sur  $N$  périodes d'échantillonnage. Le blocage sur 10 périodes d'échantillonnage aboutit à un signal d'excitation dont le spectre est représenté sur la partie droite de la Figure 3.15.

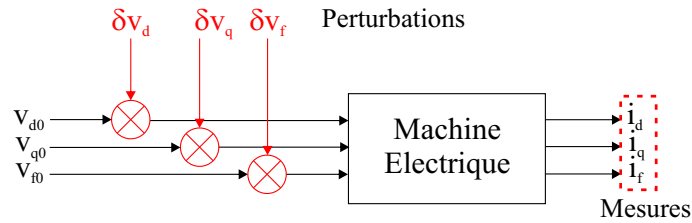


FIGURE 3.14 – Excitation de la machine autour d'un point de fonctionnement

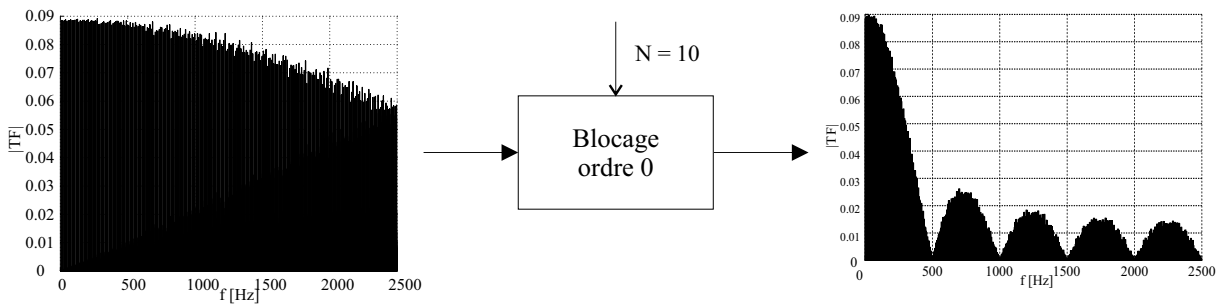


FIGURE 3.15 – Spectre d'une excitation SBPA utilisée pour l'identification avant et après blocage des échantillons sur  $N$  périodes

L'amplitude des signaux d'excitation peut être modifiée en temps réel pendant l'essai, augmentée ou diminuée. Une amplitude trop faible n'excite pas suffisamment la machine pour pouvoir identifier le système à partir des signaux enregistrés. L'amplitude ne doit pas non plus être trop importante au risque de provoquer la mise en sécurité et l'arrêt de la machine.

En ce qui concerne l'excitation par des échelons, elle peut être faite directement et en temps réel depuis l'outil ControlDesk en ajoutant une constante à la valeur de la tension au point de fonctionnement considéré.

## 3.2.2 Procédure d'identification

### 3.2.2.1 Méthode des Moindres Carrés

Dans le cas de la Machine Synchrone à Rotor Bobiné (MSRB), les équations de la physique permettent d'avoir un modèle approché dont il reste à déterminer et/ou vérifier les paramètres. Ce modèle a été présenté au Chapitre 2. La méthode des moindres carrés, dans un premier temps, semble appropriée pour l'identification des paramètres de ce modèle dans la mesure où il s'agit d'un modèle paramétrique et que l'on dispose d'un grand nombre de mesures à temps discret. On cherchera alors à minimiser l'erreur entre la mesure des sorties et les sorties prédites à partir du modèle.

On utilise pour la méthode des moindres carrés le modèle de la machine seule, sans les chaînes de mesure et de commande, donc sans les retards qui sont liés à ces chaînes. La représentation d'état choisie est celle prenant les courants comme vecteur d'état, ainsi qu'exposé dans la section 2.2.3.1. Ce modèle présente l'avantage d'avoir comme vecteur de sortie le vecteur d'état. On écrira la représentation d'état à temps discret de la façon suivante, pour une période d'échantillonnage  $T_e = 10^{-4}$ s, donc en utilisant les signaux de mesure et de commande mesurés à 2 kHz puis interpolés à 10 kHz (cf. Figure 3.8) :

$$X_1[k+1] = F_1 X_1[k] + G_1 U[k] \quad (3.14)$$

Avec  $F_1$  la matrice d'état de taille  $3 \times 3$  et  $G_1$  la matrice de commande, de taille  $3 \times 3$  également. Pour chaque instant  $k$ , on développe cette équation sous forme de régression linéaire :

$$i_d[k+1] = f_{11}i_d[k] + f_{12}i_q[k] + f_{13}i_f[k] + g_{11}v_d[k] + g_{12}v_q[k] + g_{13}v_f[k] \quad (3.15)$$

$$i_q[k+1] = f_{21}i_d[k] + f_{22}i_q[k] + f_{23}i_f[k] + g_{21}v_d[k] + g_{22}v_q[k] + g_{23}v_f[k] \quad (3.16)$$

$$i_f[k+1] = f_{31}i_d[k] + f_{32}i_q[k] + f_{33}i_f[k] + g_{31}v_d[k] + g_{32}v_q[k] + g_{33}v_f[k] \quad (3.17)$$

Les  $f_{ij,i,j \in [1,2,3]}$  et les  $g_{ij,i,j \in [1,2,3]}$  sont les coefficients des matrices  $F_1$  et  $G_1$ . On peut réécrire ces trois équations sous forme matricielle :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_d[k+1] \\ i_q[k+1] \\ i_f[k+1] \end{bmatrix}}_{Y[k]} = \underbrace{\begin{bmatrix} X_1^T[k] & U^T[k] & 0_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & X_1^T[k] & U^T[k] & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \dots & 0_{3 \times 3} & X_1^T[k] & U^T[k] \end{bmatrix}}_{\Phi[k]} \underbrace{\begin{bmatrix} f_{11} \\ f_{12} \\ f_{13} \\ g_{11} \\ g_{12} \\ g_{13} \\ f_{21} \\ \vdots \\ g_{33} \end{bmatrix}}_{\Theta} \quad (3.18)$$

Si  $M$  mesures sont disponibles, on notera :

$$\begin{aligned} \text{— } Y &= [Y^T[1] \dots Y^T[M-1]]^T \\ \text{— } \Phi &= [\Phi^T[1] \dots \Phi^T[M-1]]^T. \end{aligned}$$

Le vecteur  $\hat{\Theta}$  contenant les paramètres estimés du modèle sera déduit à partir des mesures grâce à l'équation classique pour la méthode des moindres carrés appelée ci-dessous :

$$\hat{\Theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} (\Phi^T Y) \quad (3.19)$$

La méthode des moindres carrés donne de bons résultats en l'absence de perturbation ou si la perturbation se traduit par une erreur d'équation correspondant à bruit blanc. En revanche, en cas de perturbation par un bruit coloré, elle doit être complétée afin d'être plus robuste. On peut utiliser pour cela la méthode de la variable instrumentale ou encore la méthode des moindres carrés généralisés.

### 3.2.2.2 Méthode de la Variable Instrumentale

Le modèle de la machine que nous devons identifier est plutôt de la forme :

$$X_1[k+1] = F_1 X_1[k] + G_1 U[k] + d[k] \quad (3.20)$$

Avec  $d$  un bruit coloré.

Nous utiliserons dans un premier temps pour prendre en compte la présence de ce bruit la méthode de la variable instrumentale, qui permet de décorrélérer les mesures par rapport au bruit des mesures précédentes au moyen de cette variable. Plusieurs choix sont possibles pour la variable instrumentale : on peut utiliser les sorties simulées avec le modèle obtenu par moindres carrés, ou encore les mesures retardées. Par exemple pour les sorties simulées, nous noterons  $X_{sim}[k] = [i_{d,sim}[k] \ i_{q,sim}[k] \ i_{f,sim}[k]]^T$  afin de définir une nouvelle matrice  $Z$  :

$$Z[k] = \begin{bmatrix} X_{sim}^T[k] & U^T[k] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & X_{sim}^T[k] & U^T[k] & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & X_{sim}^T[k] & U^T[k] \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$Z = [Z^T[1] \dots Z^T[M-1]]^T \quad (3.22)$$

$\hat{\Theta}$  sera ensuite obtenu comme suit :

$$\hat{\Theta} = (Z^T \Phi)^{-1} (Z^T Y) \quad (3.23)$$

### 3.2.2.3 Estimation d'un modèle de bruit

L'identification peut encore être affinée en utilisant la méthode des moindres carrés généralisés décrite par Ljung [45], qui à partir d'une estimation de la perturbation intervenant sur le système calcule de nouveaux instruments. Ainsi, le bruit coloré  $d$  sera considéré comme formé par le polynôme appliqué à un bruit blanc  $e$ , de telle sorte que dans le cas monovarié on peut écrire :

$$d[k] = \frac{1}{L(q^{-1})} e[k] \quad (3.24)$$

Dans un premier temps, on prend un exemple pour un système monovarié. Ce système, dont la variable d'état est notée  $x_1$  et l'entrée  $u$ , est décrit par l'équation suivante :

$$A(q^{-1})x_1[k] = B(q^{-1})u[k] + d[k] \quad (3.25)$$

Où  $A$  et  $B$  sont définis par :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) &= 1 - a_1 q^{-1} \\ B(q^{-1}) &= b_1 q^{-1} \end{cases} \quad (3.26)$$

On suppose que le bruit  $d$  peut s'écrire sous la forme de l'Equation 3.24. Cela permet de se ramener à un modèle perturbé par un bruit blanc :

$$A(q^{-1})L(q^{-1})x_1[k] = B(q^{-1})L(q^{-1})u[k] + e[k] \quad (3.27)$$

Dans le cas idéal où tous les polynômes  $A$ ,  $B$  et  $L$  sont connus, il est possible de remonter au bruit blanc à partir des mesures des tensions et des courants comme sur la Figure 3.16.

Ainsi, l'estimation du filtre  $L$  devrait permettre de mieux prendre en compte le bruit pour l'identification. Si  $x_1$  et  $u$  sont mesurés et que l'on connaît une estimation de  $\hat{A}(q^{-1})$  et  $\hat{B}(q^{-1})$ , on peut estimer  $\hat{d}$  :

$$\hat{d}[k] = \hat{A}(q^{-1})x_1[k] - \hat{B}(q^{-1})u[k] \quad (3.28)$$

Le modèle  $L$  de la perturbation  $d[k]$  conduit donc à l'équation récurrente où  $e[k]$  est un bruit blanc :

$$L(q^{-1})\hat{d}[k] = e[k] \quad (3.29)$$

L'estimée  $\hat{L}$  de  $L$  peut alors être déterminée par la méthode des moindres carrés. Par exemple, dans le cas monovarié, si on suppose que  $L$  est un polynôme d'ordre 1, on a :

$$L(q^{-1}) = 1 + l_1 q^{-1} \quad (3.30)$$

$$L(q^{-1})\hat{d}[k] = \hat{d}[k] + l_1 \hat{d}[k-1] \quad (3.31)$$

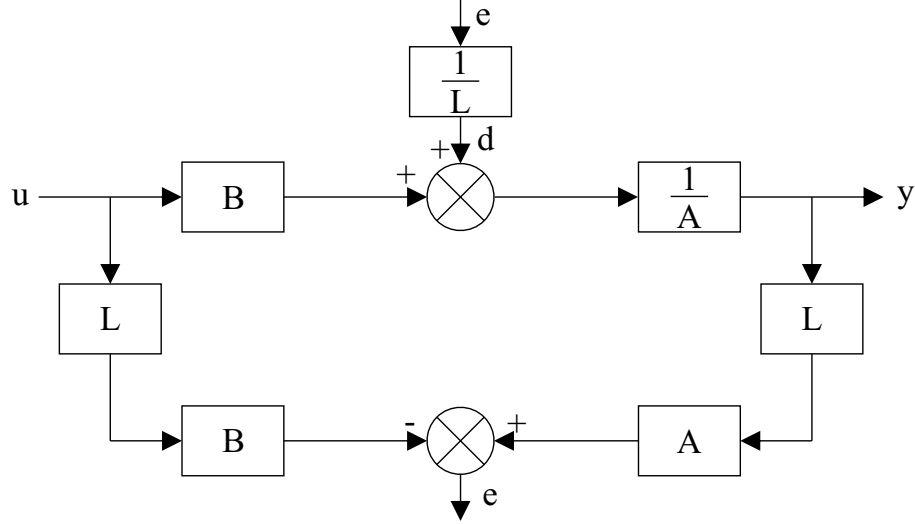


FIGURE 3.16 – Schéma de principe dans le cas où tous les polynômes  $A$ ,  $B$  et  $L$  sont connus

Ce qui amène :

$$\hat{d}[k] = -l_1 \hat{d}[k-1] + e[k] \quad (3.32)$$

On peut alors se ramener à une forme matricielle :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{d}[2] \\ \vdots \\ \hat{d}[k] \\ \vdots \\ \hat{d}[N] \end{bmatrix}}_{Y_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\hat{d}[1] \\ \vdots \\ -\hat{d}[k-1] \\ \vdots \\ -\hat{d}[N-1] \end{bmatrix}}_{\Phi_1} l_1 + e[k] \quad (3.33)$$

De sorte qu'on peut estimer  $\hat{l}_1$  grâce à l'équation classique des moindres carrés :

$$\hat{l}_1 = (\Phi_1^T \Phi_1)^{-1} (\Phi_1^T Y_1) \quad (3.34)$$

On peut alors se ramener au cas d'un système monovarié perturbé par un bruit blanc et appliquer la méthode des moindres carrés.

Cette méthode peut être généralisée au cas multivariable de la machine électrique. Dans ce cadre, on reprend l'équation 3.18 permettant de calculer le vecteur  $\Theta$  de paramètres de la machine et on considère que le système est perturbé par un bruit de mesure  $D$ . On a alors :

$$Y[k] = \Phi[k]\Theta + D[k] \quad (3.35)$$

On suppose qu'il existe une matrice diagonale de polynômes  $L(q^{-1})$  telle que :

$$L(q^{-1})D = E \quad (3.36)$$

Où  $E$  est un vecteur de bruits blancs indépendants.



La matrice de polynômes  $L(q^{-1})$  est dans ce cas définie par :

$$L = \begin{bmatrix} L_d(q^{-1}) & 0 & 0 \\ 0 & L_q(q^{-1}) & 0 \\ 0 & 0 & L_f(q^{-1}) \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

Où  $L_d$ ,  $L_q$  et  $L_f$  sont des polynômes d'un ordre à définir. En utilisant ces polynômes, l'équation 3.35 est équivalente à :

$$L(q^{-1})Y[k] = L(q^{-1})\Phi[k]\Theta + L(q^{-1})D[k] \quad (3.38)$$

Soit en posant  $Y_F[k] = L(q^{-1})Y[k]$  et  $\Phi_F[k] = L(q^{-1})\Phi[k]$  :

$$Y_F[k] = \Phi_F[k]\Theta + E[k] \quad (3.39)$$

On peut finalement déterminer  $\Theta$  grâce à la méthode des moindres carrés, en se servant des matrices  $Y_F$  et  $\Phi_F$ .

Le bruit  $D$  est dans ce cas tel que  $D = [d_d \ d_q \ d_f]^T$  et peut être estimé à partir des premières valeurs de paramètres obtenues grâce à la méthode de la variable instrumentale :

$$\begin{aligned} \hat{d}_d[k] &= i_d[k+1] - \hat{f}_{11}i_d[k] - \hat{f}_{12}i_q[k] - \hat{f}_{13}i_f[k] \\ &\quad - \hat{g}_{11}v_d[k] - \hat{g}_{12}v_q[k] - \hat{g}_{13}v_f[k] \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_q[k] &= i_q[k+1] - \hat{f}_{21}i_d[k] - \hat{f}_{22}i_q[k] - \hat{f}_{23}i_f[k] \\ &\quad - \hat{g}_{21}v_d[k] - \hat{g}_{22}v_q[k] - \hat{g}_{23}v_f[k] \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \hat{d}_f[k] &= i_f[k+1] - \hat{f}_{31}i_d[k] - \hat{f}_{32}i_q[k] - \hat{f}_{33}i_f[k] \\ &\quad - \hat{g}_{31}v_d[k] - \hat{g}_{32}v_q[k] - \hat{g}_{33}v_f[k] \end{aligned} \quad (3.42)$$

L'utilisation de paramètres estimés du modèle conduit à une estimation  $\hat{D} = [\hat{d}_d \ \hat{d}_q \ \hat{d}_f]^T$  du bruit.

Étant donné qu'on ne connaît pas l'ordre des polynômes de la matrice  $L$ , on procède de manière itérative pour le déterminer : on pourra alors définir  $\hat{L}$  comme le produit de matrices diagonales de polynômes. Ainsi sur l'axe  $d$  on obtient :

$$\hat{L}_d(q^{-1}) = \hat{L}_d^{(1)}(q^{-1}) \hat{L}_d^{(2)}(q^{-1}) \hat{L}_d^{(3)}(q^{-1}) \dots \quad (3.43)$$

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} \hat{L}_d & 0 & 0 \\ 0 & \hat{L}_q & 0 \\ 0 & 0 & \hat{L}_f \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

On choisit pour chacun des polynômes  $\hat{L}_{d,q,f}^{(n)}$  un ordre 2. Ces polynômes seront déterminés grâce à l'itération suivante :

1. On calcule une estimée  $\hat{\Theta}^{(0)}$  du vecteur de paramètres grâce aux méthodes présentées précédemment
2. On en déduit une première estimation de l'erreur d'équation  $\hat{D}^{(0)}$
3. On pose  $Y_F^{(0)} = Y$  et  $\Phi_F^{(0)} = \Phi$
4. À l'itération  $n \geq 1$ 
  - (a) On calcule  $\hat{L}_{d,q,f}^{(k)}$  grâce à  $\hat{D}^{(k-1)}$  et  $\hat{\Theta}^{(k-1)}$
  - (b) On calcule les matrices  $Y_F^{(n)} = \hat{L}^{(n)} Y_F^{(n-1)}$  et  $\Phi_F^{(n)} = \hat{L}^{(n)} \Phi_F^{(n-1)}$
  - (c) On en déduit  $\hat{\Theta}^{(n)}$  puis  $\hat{D}^{(n)}$
5. On arrête à l'itération  $N$  lorsque les paramètres de  $\hat{L}^{(N)}$  sont suffisamment faibles.

#### 3.2.2.4 Résumé de la procédure d'identification

Finalement, la procédure d'identification qui est proposée est la suivante, comme proposé par Ljung [45] :

1. Identification avec la méthode des moindres carrés : on obtient  $\hat{\Theta}^{(1)}$  puis on en déduit les paramètres des matrices  $\hat{F}^{(1)}$  et  $\hat{G}^{(1)}$ .
2. On simule le système identifié afin d'obtenir une première approximation des courants :

$$\begin{cases} X_{sim}^{(1)}[k+1] &= \hat{F}^{(1)}(\hat{\Theta}^{(1)})X_{sim}[k] + \hat{G}^{(1)}(\hat{\Theta}^{(1)})U_{mes}[k] \\ X_{sim}^{(1)}[0] &= X_{mes}[0] \end{cases} \quad (3.45)$$

3. On utilise les valeurs simulées à l'étape précédente pour la méthode de la variable instrumentale. On détermine ainsi  $\hat{\Theta}^{(2)}$  contenant les estimations des paramètres des matrices  $\hat{F}^{(2)}$  et  $\hat{G}^{(2)}$ .
4. On calcule une estimation  $\hat{L}$  de la matrice de polynômes  $L$  par la méthode des moindres carrés généralisés, et on en déduit finalement une estimée  $\hat{\Theta}^{(n)}$  du vecteur de paramètres  $\Theta$  du système.

### 3.3 Validation du modèle électrique

Dans cette section, la procédure d'identification proposée est testée. Dans un premier temps, on vérifie sa validité pour l'identification d'un modèle machine sur des données simulées. Dans un deuxième temps, la procédure est appliquée sur des données obtenues expérimentalement, pour l'identification du modèle machine d'ordre 3. Comme on travaille à un point de fonctionnement fixé, on ne prend pas en compte, dans un premier temps, les variations éventuelles de vitesse, qui est considérée comme un paramètre de la machine. Ses variations seront prises en compte dans un second temps pour comparaison.

Pour cette identification, les mesures de trois essais différents seront utilisées :

- le premier essai concerne une excitation de la machine par échelons de tension ;
- le deuxième essai concerne une excitation de la machine avec une séquence Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire (SBPA) dont les échantillons ont été bloqués 10 fois ;
- le troisième essai concerne une excitation de la machine avec une séquence SBPA dont les échantillons ont été bloqués 5 fois.

Les deux premiers essais sont utilisés pour l'identification du modèle discret de la machine ; le troisième essai est utilisé pour la validation des modèles identifiés.

L'objectif de cette identification est de valider la pertinence de l'utilisation du modèle nominal utilisant les valeurs des paramètres obtenues au moyen d'un calcul par éléments finis.

#### 3.3.1 Identification en simulation du modèle complet

Les paramètres identifiés ici sont ceux du modèle nominal de la machine sans les chaînes de commande et de mesure. Les données utilisées pour l'identification sont obtenues par la simulation d'un modèle dont le schéma est donné à la Figure 3.17 et dont les propriétés sont les suivantes :

- tous les éléments du modèle de simulation sont à temps continu ;
- le modèle utilisé pour la machine est son modèle nominal dans le repère de Park ;
- le pas de simulation utilisé ici est de  $10^{-4}$ s, conformément à la fréquence d'échantillonnage pour la commande utilisée expérimentalement ;
- les tensions utilisées comme entrées sont générées en amont, elles correspondent aux signaux d'excitations proposés : SBPA et échelons ;
- les entrées et sorties de la machine sont filtrées par un filtre anti-repliement ;
- les mesures sont ensuite sous-échantillonnées à 2kHz et enregistrées avant d'être exploitées pour l'identification.

Le filtrage des entrées et des sorties par le même filtre permet de maintenir les mêmes fonctions de transfert entre entrées et sorties mesurées qu'entre entrées et sorties « réelles ».

Les propriétés du filtre utilisé sur les mesures sont les suivantes :

- il s'agit d'un filtre passe-bas à temps continu d'ordre 2 dont la fréquence de brisure est fixée à 1kHz ;
- il s'agit du même filtre que celui utilisé expérimentalement.

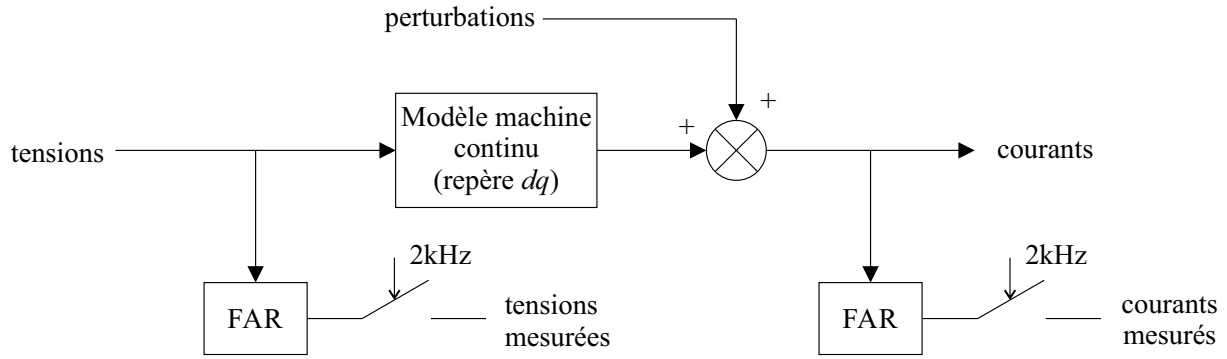


FIGURE 3.17 – Schéma pour la simulation en vue de la validation des méthodes d'identification

Notons que l'efficacité de ce filtre reste assez limitée mais qu'on ne peut pas réduire sa fréquence de brisure en raison de sa proximité avec la fréquence de l'harmonique que l'on a choisi de réduire.

Les tensions utilisées pour créer les données simulées sont les tensions mesurées sur les différents essais évoqués précédemment.

### 3.3.1.1 Identification dans le cas idéal

Dans un premier temps, on se place dans une situation où aucun bruit n'intervient, ni sur la mesure ni sur la commande. De même, aucun retard de mesure ou de commande n'est pris en compte. On excite alors le modèle de la machine autour d'un point de fonctionnement, puis on vérifie qu'on retrouve bien le modèle théorique à l'aide de la méthode des moindres carrés. On fait ceci pour une excitation SBPA et pour une excitation avec des échelons de tension. Les diagrammes de Bode des modèles identifiés avec chaque signal d'excitation sont donnés à la Figure 3.18. L'excitation par des échelons, comme l'excitation contenant une SBPA, permet d'identifier presque parfaitement le modèle nominal de la machine. Toutefois, une légère erreur est présente sur la phase du modèle identifié en basse fréquence sur la fonction de transfert  $v_d$  vers  $i_f$  ainsi qu'en haute fréquence sur la fonction de transfert  $v_f$  vers  $i_q$ .

### 3.3.1.2 Identification en présence d'un bruit de mesure

On introduit pour la génération des signaux en simulation un bruit de mesure correspondant à ce qu'on peut observer expérimentalement sur la machine dans le cas où elle tourne à un point de fonctionnement stabilisé. On considère que, dans un cas idéal et en l'absence d'excitation harmonique des tensions, les courants dans le repère de Park sont constants, aussi le bruit utilisé correspond-il aux variations de ces courants autour de leurs valeurs moyennes. Il a été mesuré expérimentalement avec une fréquence d'échantillonnage de 2kHz et donc filtré avec le filtre passe-bas d'ordre 2 à 1kHz évoqué précédemment. Le spectre du bruit mesuré lors d'un essai est donné à la Figure 3.19. On s'aperçoit sur cette figure que :

- le bruit a une composante à la fréquence électrique de la machine, et donc à sa fréquence de résonance ;

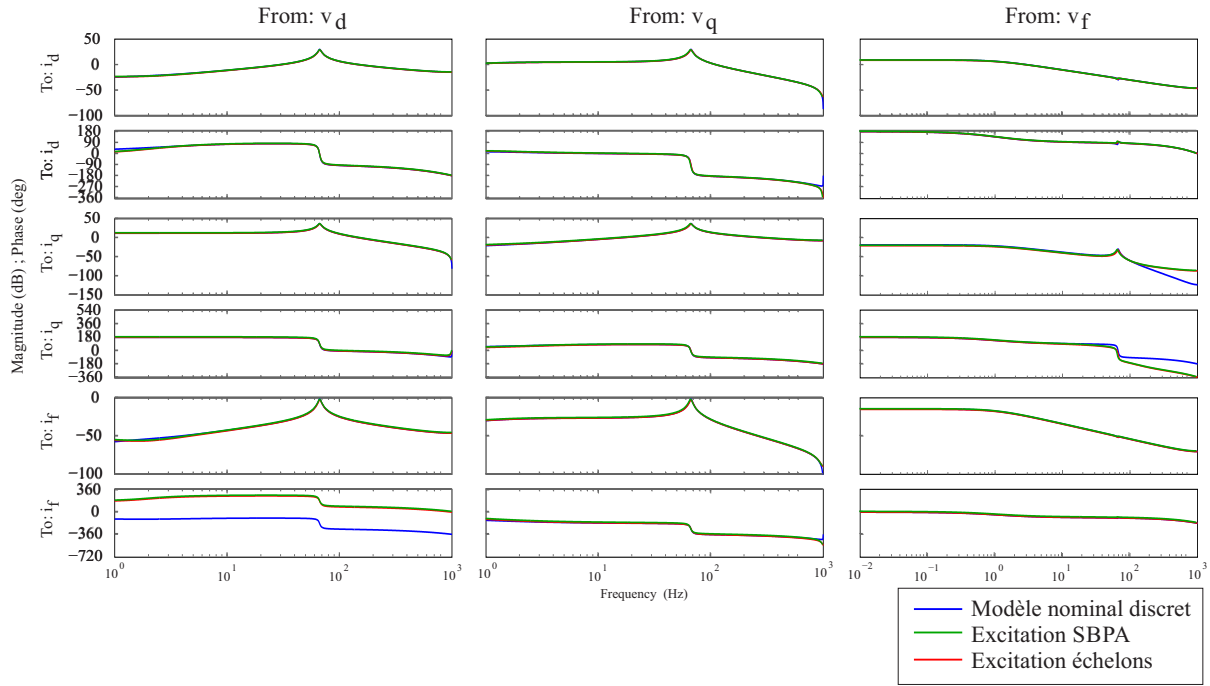


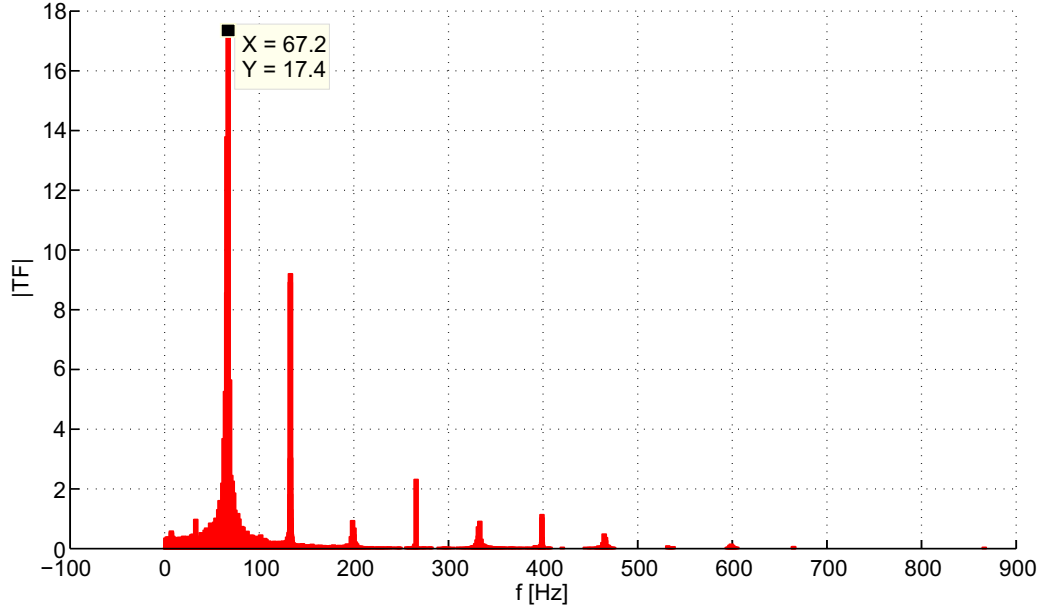
FIGURE 3.18 – Diagrammes de Bode de la machine identifiée en simulation dans le cas idéal

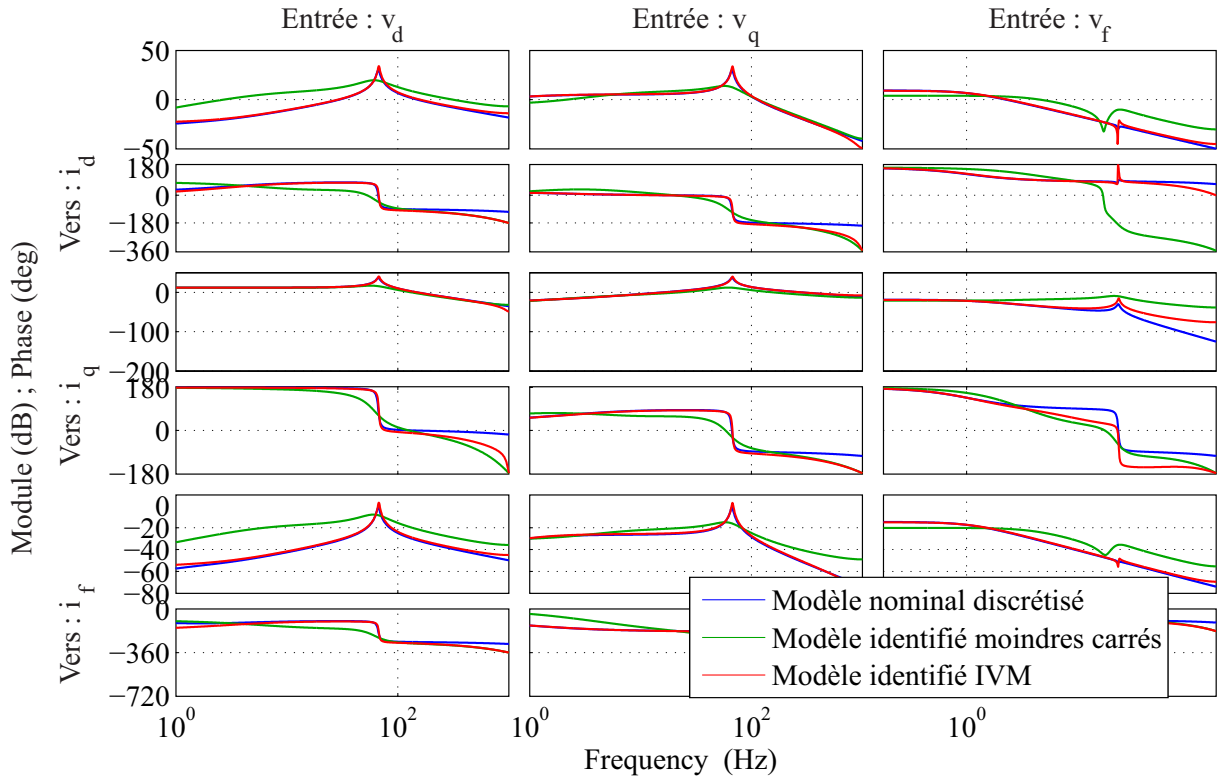
- tous les harmoniques de ce fondamental apparaissent, notamment les harmoniques 2, 4 et 6 ;
- l’harmonique 2 est lié à une différence d’amplitude des courants triphasés ;
- les harmoniques 4 et 6 quant à eux proviennent des harmoniques 5 et 7 dans les courants triphasés, eux-mêmes généralement créés par les temps morts de l’onduleur ;
- le fondamental de la perturbation peut, du moins en partie, provenir d’un décalage sur les courants triphasés, ou encore d’un harmonique 2 dans ceux-ci.

Le modèle nominal est excité en simulation avec des échelons dans un premier temps et avec une SBPA dans un deuxième temps. Le bruit de mesure est additionné aux sorties de la machine. Les signaux ainsi créés sont utilisés pour l’identification en utilisant les étapes décrites précédemment.

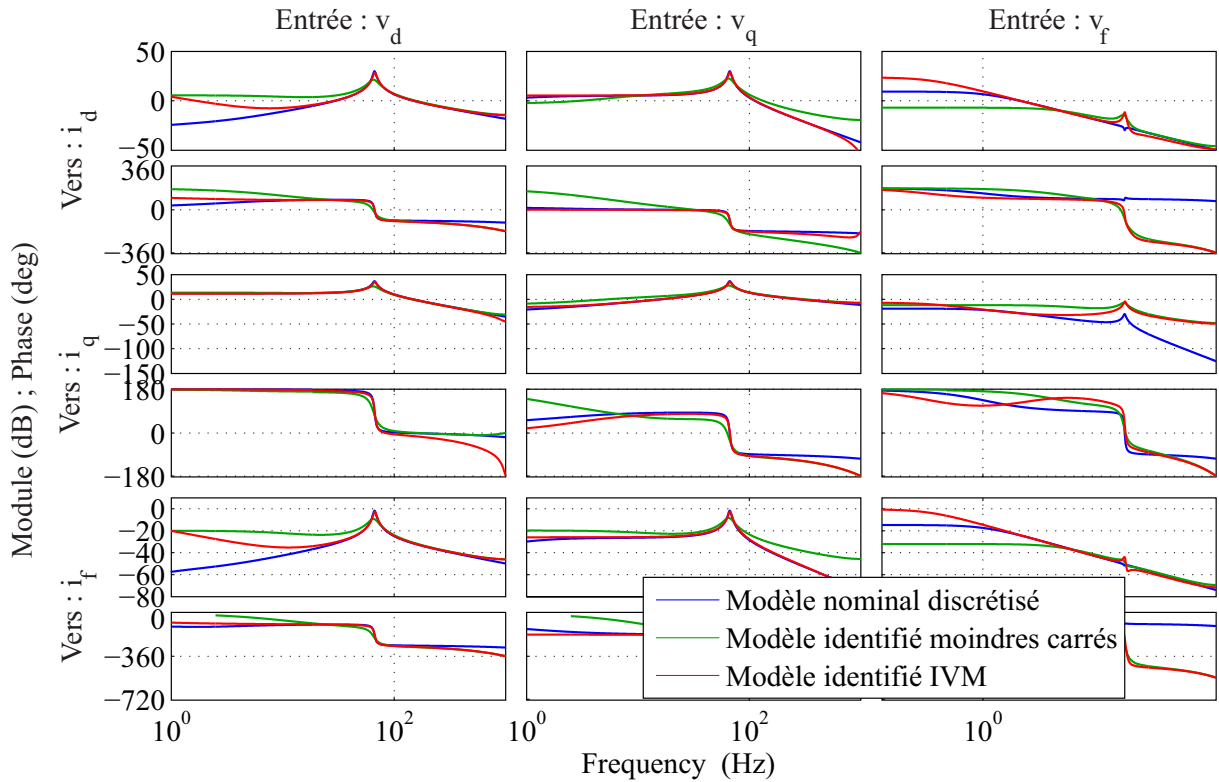
Dans le cas d’une excitation avec des échelons de tension, on constate à la Figure 3.20a l’intérêt de la méthode de la variable instrumentale, qui permet d’identifier assez précisément le modèle de la machine sur des données simulées. En revanche, la méthode des moindres carrés généralisés n’a pas convergé.

En ce qui concerne l’identification lorsque le système est excité par une SBPA, on vérifie à la Figure 3.20b qu’on retrouve bien les résonances sur les axes  $d$  et  $q$ . En revanche, l’anti-résonance sur les fonctions de transfert entre la tension  $v_f$  et les courants  $i_d$  et  $i_f$  est moins bien identifiée que lorsque le système est excité par des échelons. L’identification par IVM donne des résultats cohérents avec le modèle nominal en hautes fréquences, mais pas en basse fréquence. La méthode des moindres carrés généralisés ne converge pas non plus pour ces données.



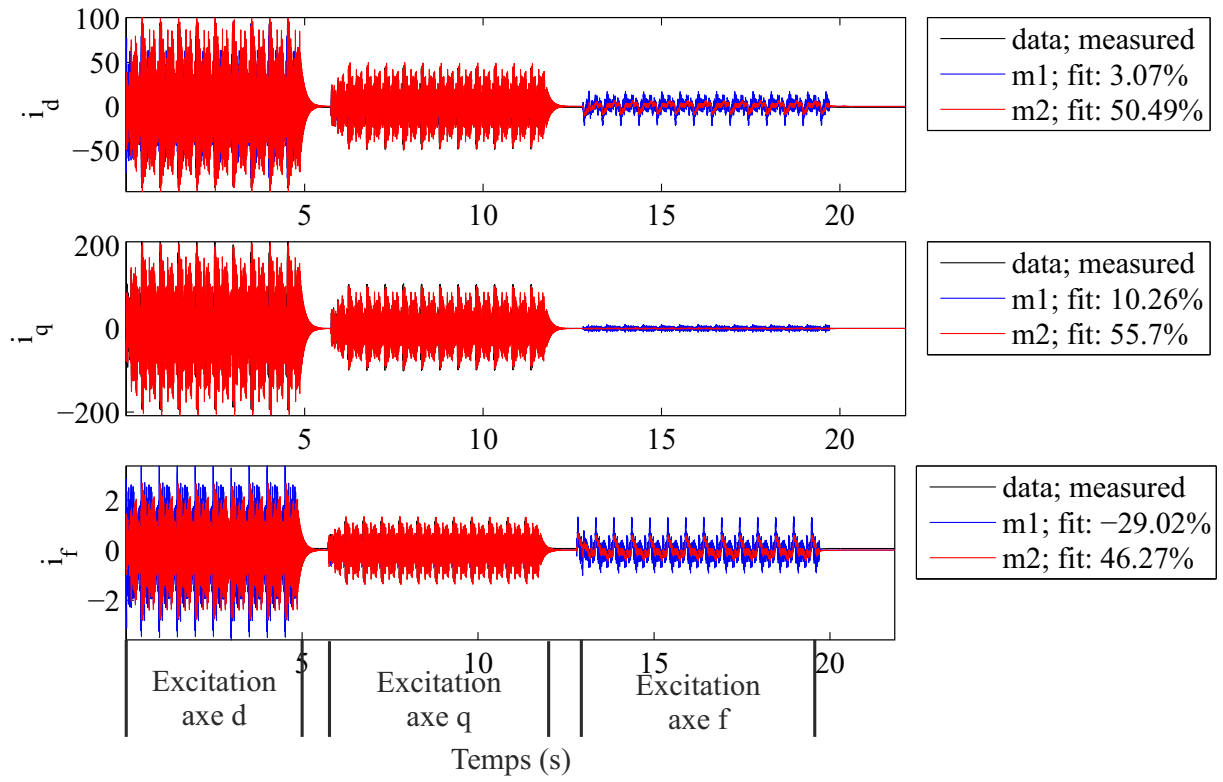


(a) Excitation par des échelons

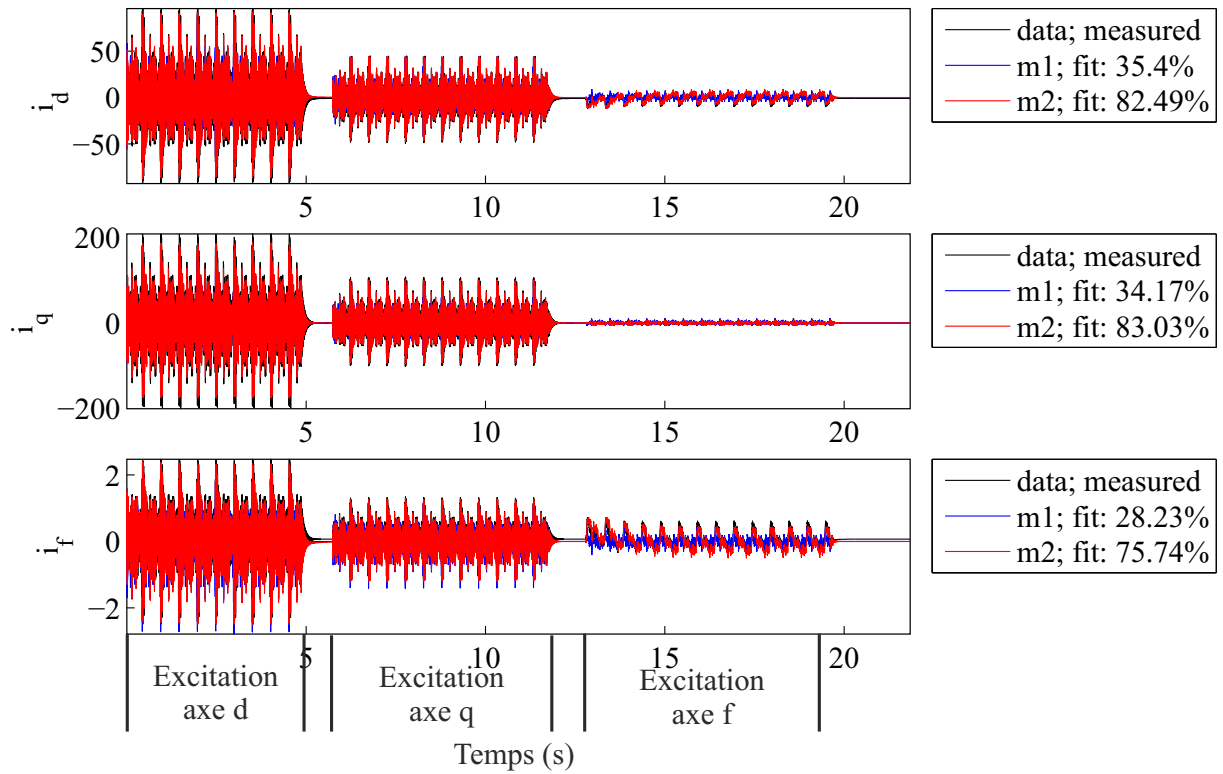


(b) Excitation par SBPA

FIGURE 3.20 – Résultat de l'identification en simulation, avec perturbation. En bleu : modèle nominal ; en vert : identifié par moindres carrés ; en rouge : identifié par méthode IVM



(a) Excitation par échelons



(b) Excitation par SBPA

FIGURE 3.21 – Comparaison entre les différents modèles identifiés et les mesures. Noir : mesures ; bleu (m1) : modèle moindres carrés ; rouge (m2) : modèle IVM



autre que les tensions permettant de maintenir la machine au point de fonctionnement choisi.

La prise en compte des temps de retard dans la chaîne de mesure et de commande permet d'améliorer l'identification, notamment l'identification d'une résonance, du moins dans le cas où la machine est excitée par des échelons de tension. La position des retards considérés, liés comme expliqué précédemment au calculateur dSPACE et au filtre anti-repliement sur la mesure, est représentée à la Figure 3.8.

Le modèle discret à identifier est situé comme montré sur la Figure 3.8. On cherche à identifier le modèle discret à  $T_e = 10^{-4}$ s de la machine autour du point de fonctionnement  $\{2000 \text{ tr/min}, 100\text{Nm}\}$ . On considère ici que l'électronique de puissance intervient comme un simple gain unitaire. Les tensions mesurées et interpolées sont les tensions  $v_{mes}$  de la figure, et les courants mesurés et interpolés sont les courants  $i_{mes}$ .

Dans les conditions exposées à la Section 3.1, l'impact de ces retards peut être analysé comme suit : à l'instant  $k$ , les sorties réelles de la machine sont  $i_d[k]$ ,  $i_q[k]$  et  $i_f[k]$ . Les courants mesurés  $y_1[k]$ ,  $y_2[k]$  et  $y_3[k]$  sont reliés à ces sorties de la façon suivante :

$$\begin{aligned} y_1[k] &= i_d[k-1] \\ y_2[k] &= i_q[k-1] \\ y_3[k] &= i_f[k-1] \end{aligned}$$

De même, les entrées réelles  $v$  de la machine sont reliées aux tensions mesurées  $u$  par :

$$\begin{aligned} v_d[k] &= u_1[k-1] \\ v_q[k] &= u_2[k-1] \\ v_f[k] &= u_3[k-1] \end{aligned}$$

Par conséquent, si on reprend les équations 3.15 à 3.17 il faut écrire :

$$i_d[k+1] = f_{11}i_d[k] + f_{12}i_q[k] + f_{13}i_f[k] + g_{11}v_d[k] + g_{12}v_q[k] + g_{13}v_f[k] \quad (3.47)$$

$$i_q[k+1] = f_{21}i_d[k] + f_{22}i_q[k] + f_{23}i_f[k] + g_{21}v_d[k] + g_{22}v_q[k] + g_{23}v_f[k] \quad (3.48)$$

$$i_f[k+1] = f_{31}i_d[k] + f_{32}i_q[k] + f_{33}i_f[k] + g_{31}v_d[k] + g_{32}v_q[k] + g_{33}v_f[k] \quad (3.49)$$

Puis en remplaçant par les données effectivement mesurées :

$$\begin{aligned} y_1[k+2] &= f_{11}y_1[k+1] + f_{12}y_2[k+1] + f_{13}y_3[k+1] \\ &\quad + g_{11}u_1[k-1] + g_{12}u_2[k-1] + g_{13}u_3[k-1] \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} y_2[k+2] &= f_{21}y_1[k+1] + f_{22}y_2[k+1] + f_{23}y_3[k+1] \\ &\quad + g_{21}u_1[k-1] + g_{22}u_2[k-1] + g_{23}u_3[k-1] \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} y_3[k+2] &= f_{31}y_1[k+1] + f_{32}y_2[k+1] + f_{33}y_3[k+1] \\ &\quad + g_{31}u_1[k-1] + g_{32}u_2[k-1] + g_{33}u_3[k-1] \end{aligned} \quad (3.52)$$

Finalement :

$$y_1[k+1] = f_{11}y_1[k] + f_{12}y_2[k] + f_{13}y_3[k] + g_{11}u_1[k-2] + g_{12}u_2[k-2] + g_{13}u_3[k-2] \quad (3.53)$$

$$y_2[k+1] = f_{21}y_1[k] + f_{22}y_2[k] + f_{23}y_3[k] + g_{21}u_1[k-2] + g_{22}u_2[k-2] + g_{23}u_3[k-2] \quad (3.54)$$

$$y_3[k+1] = f_{31}y_1[k] + f_{32}y_2[k] + f_{33}y_3[k] + g_{31}u_1[k-2] + g_{32}u_2[k-2] + g_{33}u_3[k-2] \quad (3.55)$$

En ce qui concerne l'exploitation de données pour l'identification, prendre en compte un pas de retard sur la commande et un sur la mesure revient finalement à retarder les tensions de deux pas d'échantillonnage par rapport aux courants. Il est à noter, comme on peut le voir sur la Figure 3.8, que ces pas d'échantillonnages sont à compter à une fréquence de 10kHz et non de 2kHz comme celle utilisée pour l'enregistrement.

On applique les techniques d'identification de Ljung [45] à deux types d'essais différents. Le premier utilise une excitation par échelons de tension et le second une excitation par SBPA. Les trois axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  sont excités les uns après les autres. Les moyennes des mesures des entrées et sorties sont ramenées à 0.

Pour chacune des excitations étudiées, trois résultats sont présentés. D'une part, on montre les diagrammes de Bode des modèles identifiés successivement : modèle nominal, modèle identifié par moindres carrés, modèle identifié par IVM, modèle utilisant l'estimation d'un modèle de bruit par la méthode des moindres carrés généralisés.

D'autre part, on présente des résultats temporels issus d'une simulation pour chacun des modèles. Les données simulées sont comparées avec les données mesurées. Les données d'entrée et de sortie proviennent d'un troisième essai pendant lequel la machine a été excitée par une SBPA et sont les mêmes pour la comparaison des deux excitations. Les pourcentages indiqués à côté des figures représentent le taux de correspondance entre les données simulées et les données mesurées. On rappelle la définition de ce taux :

$$\text{fit} = 100 \times \left( 1 - \frac{|y_{\text{simulé}} - y_{\text{mesuré}}|}{|y_{\text{mesuré}}|} \right) \quad (3.56)$$

Il ne peut pas être égal à 100% du fait de la présence d'un bruit important dans les données mesurées, que l'on peut voir sur les endroits où la machine n'a pas été excitée. Il est également altéré par la présence des retards, dont la valeur exacte n'est pas connue.

On présente également les comparaisons des spectres des signaux simulés par les différents modèles identifiés avec le spectre du signal mesuré, en séparant les excitations des axes  $d$ ,  $q$  et  $f$ .

Les diagrammes de Bode des modèles identifiés par les différentes méthodes proposées après une excitation par échelons sont montrés à la Figure 3.22. Sur les entrées  $v_d$  et  $v_q$ , on observe une résonance à la vitesse électrique de la machine, plus ou moins importante selon l'étape d'identification. Si la résonance est plus faible, ce qui est le cas pour les deux modèles qui sont *a priori* les plus précis, on peut penser que les résistances effectives au stator ont des valeurs plus élevées que la résistance nominale. La réponse de la machine à une excitation sur  $v_f$  est cohérente avec le modèle nominal, on retrouve l'anti-résonance à

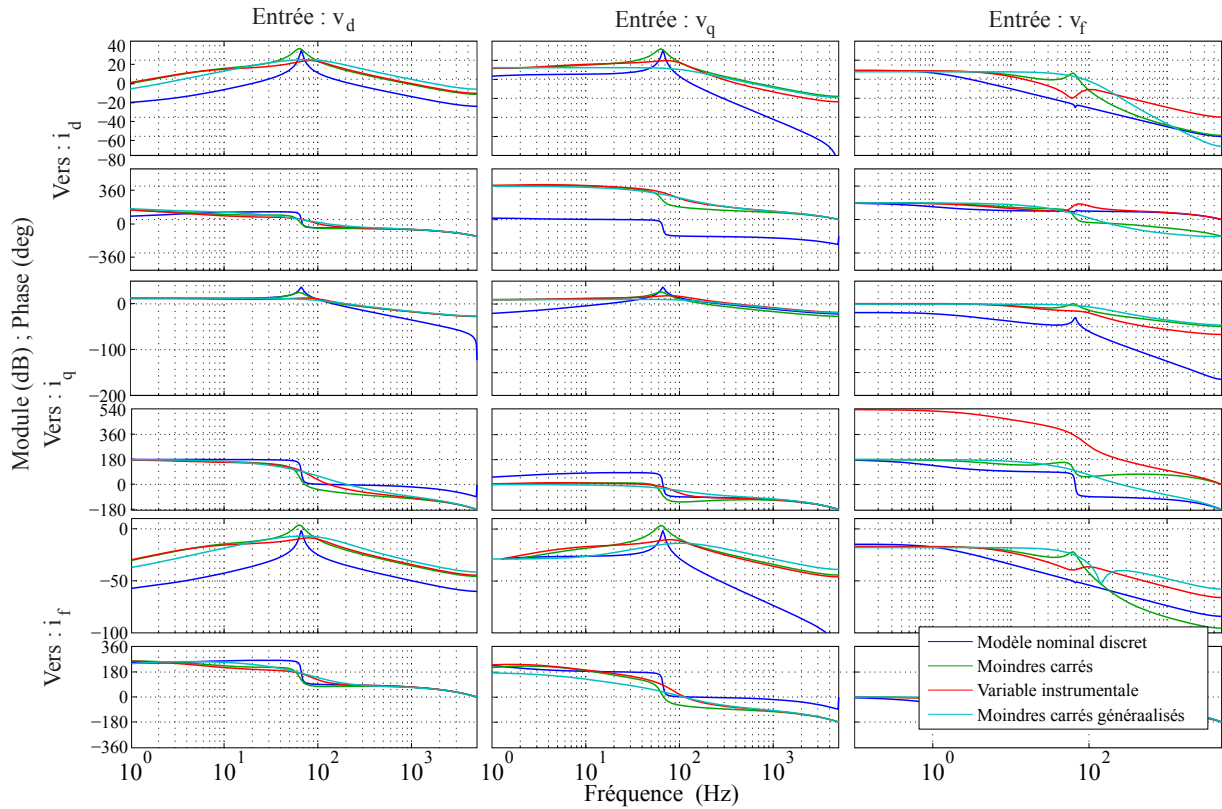


FIGURE 3.22 – Diagrammes de Bode de la machine pour une identification après excitation par échelons : modèle théorique (bleu), modèle identifié par moindres carrés (vert), modèle identifié par IVM (rouge), moindres carrés généralisés (bleu clair)

la vitesse électrique de la machine pour les modèles identifiés par la méthode de la variable instrumentale et par la méthode des moindres carrés généralisés.

La comparaison entre les courants simulés par les modèles précédemment identifiés et les courants mesurés sur le troisième essai est montrée à la Figure 3.23. On constate que l'identification par l'approche IVM apporte un réel progrès en comparaison de l'identification par moindres carrés.

L'analyse des spectres présentés à la Figure 3.24 met en avant la forte influence des perturbations sur les courants de sortie de la machine (en noir). On retrouve ainsi une forte amplitude de la composante à la pulsation de la vitesse électrique de la machine, ainsi que pour les harmoniques 2 et 6 des courants. Ces harmoniques sont notamment très présents dans les courants lors de l'excitation sur la tension  $v_f$ , ce qui nuit à la bonne identification des fonctions de transfert entre  $v_f$  et les différents courants. Si les taux de correspondance entre les données mesurées et les données simulées entre les trois modèles sont médiocres, on constate sur la Figure 3.24d que le modèle identifié par la méthode de la variable instrumentale donne en simulation un spectre très proche de celui des courants mesurés pour une excitation sur la tension  $v_f$ . L'écart entre les données simulées et celles mesurées tient donc à la très grande amplitude des perturbations harmoniques.

En ce qui concerne l'amélioration apportée par la méthode des moindres carrés généralisés, elle est faible pour la plupart des mesures analysées dans le cas d'une excitation par échelons de tension. La différence est en effet minimale au vu des diagrammes de Bode et

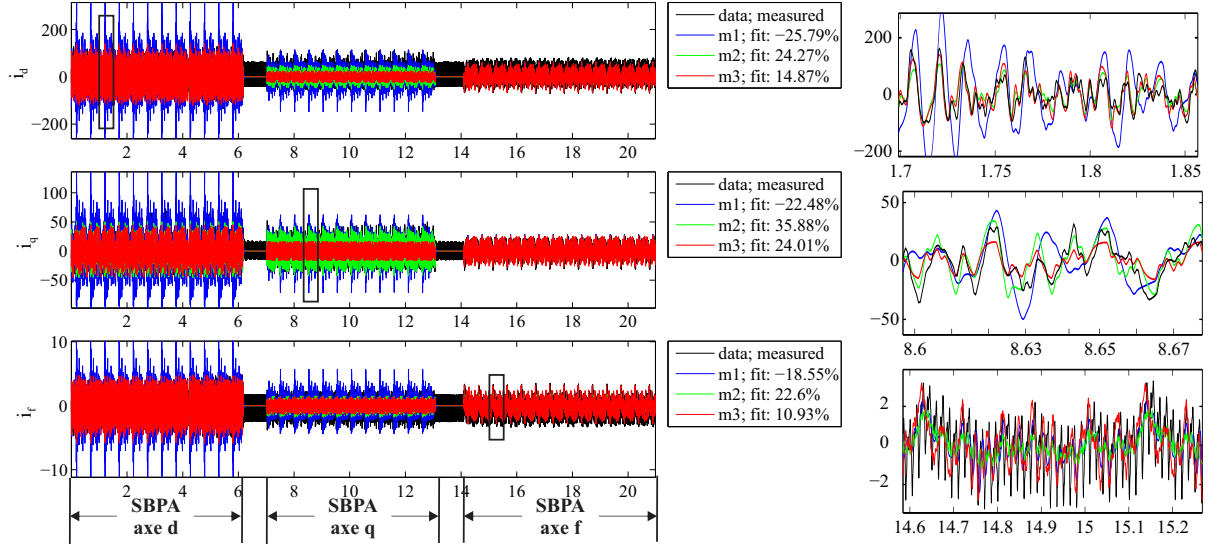


FIGURE 3.23 – Comparaison des données mesurées avec différents signaux simulés pour les modèles identifiés (excitation par échelons). En noir : courants mesurés ; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés ; en vert (m2) : IVM ; en rouge (m3) : moindres carrés généralisés. À droite : zoom

des résultats temporels pour la plupart des essais avec excitation par échelon de tension, quand le résultat n'est pas simplement dégradé par cette méthode.

À la Figure 3.25 sont montrés les diagrammes de Bode des modèles identifiés par les différentes méthodes sur un essai où la machine a été excitée avec une SBPA. On constate que la dynamique de la fonction de transfert entre  $v_f$  et  $i_f$  est mal identifiée, dans la mesure où, à la vitesse électrique (66Hz) de la machine, on obtient une résonance et non une anti-résonance. De plus, le gain en basse fréquence de cette fonction de transfert est très faible par rapport au gain auquel on s'attend au vu du modèle nominal. Cette mauvaise identification est probablement liée au spectre de fréquences des signaux excitateurs sur l'axe  $f$ , qui sont beaucoup plus hautes que sa dynamique naturelle. Les fonctions de transfert identifiées sur les axes  $d$  et  $q$  sont très proches de celles qui peuvent être identifiées lorsque les signaux excitateurs sont des échelons de tension.

A la Figure 3.26, on présente la comparaison temporelle des données prédites à partir des modèles identifiés avec les données mesurées pour une excitation par SBPA. Les prédictions obtenues à partir des modèles identifiés par méthode IVM et par méthode des moindres carrés généralisés sont meilleures, globalement, lorsque les signaux excitateurs sont composés de SBPA que lorsqu'ils sont composés d'échelons. Néanmoins, on confirme que les gains des fonctions de transfert identifiées entre  $v_f$  et les courants sont trop faibles en basses fréquences. Les variations des courants simulées par les divers modèles sont ainsi proches de 0.

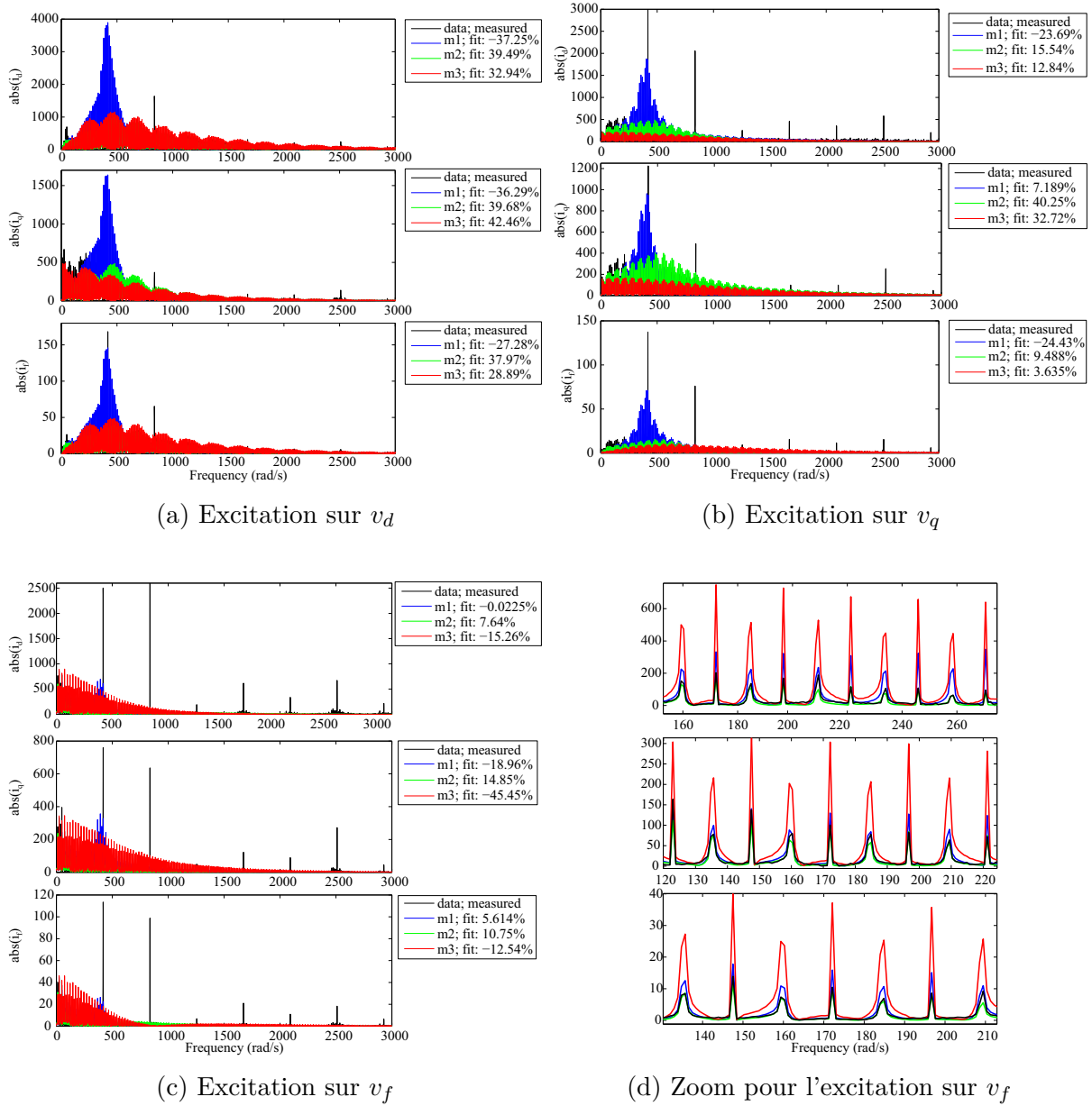


FIGURE 3.24 – Comparaison entre les spectres des simulations des modèles identifiés et le spectre des mesures, pour les excitations par échelons sur les axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  respectivement. En noir : courants mesurés ; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés ; en vert (m2) : IVM ; en rouge (m2) : moindres carrés généralisés

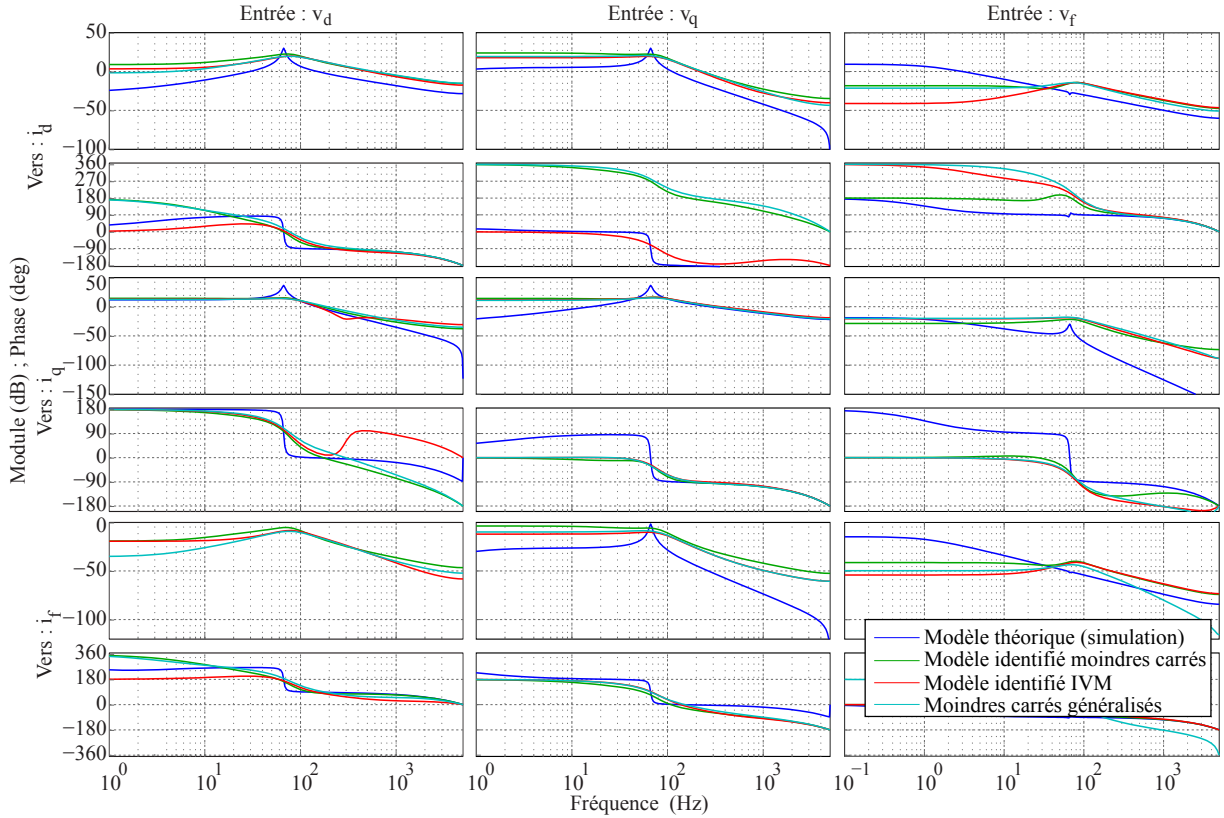


FIGURE 3.25 – Diagrammes de Bode de la machine pour une identification après excitation par SBPA : modèle théorique (bleu), modèle identifié par moindres carrés (vert), modèle identifié par IVM (rouge), moindres carrés généralisés (bleu clair)

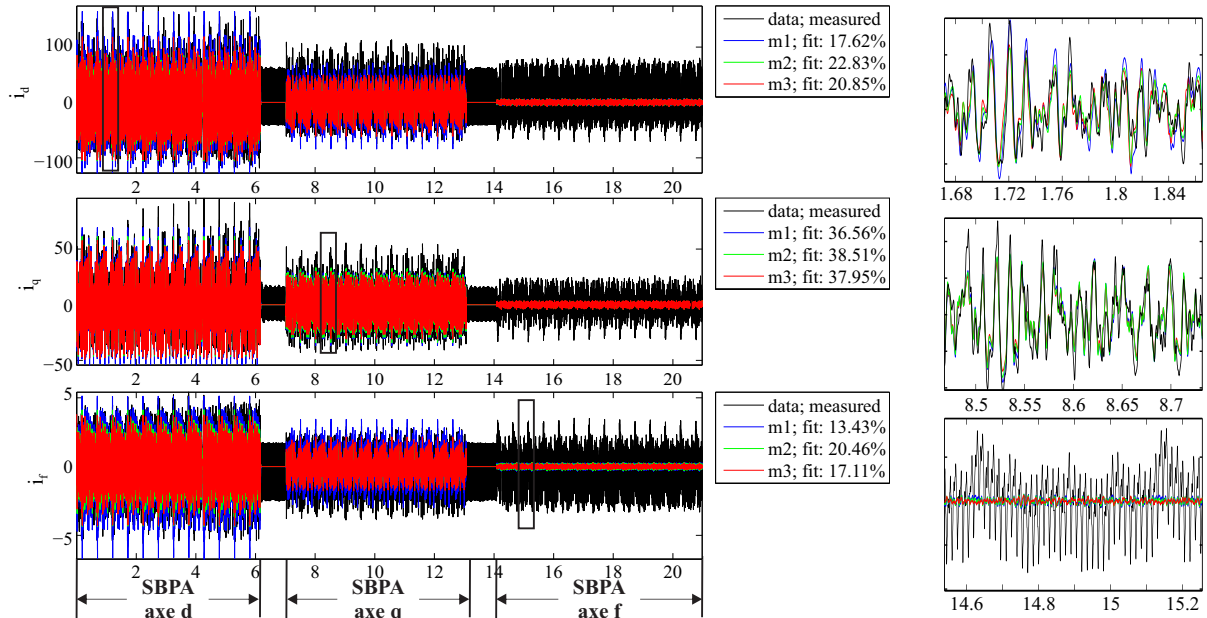


FIGURE 3.26 – Comparaison des données mesurées avec différents signaux simulés pour les modèles identifiés (excitation par SBPA). En noir : courants mesurés ; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés ; en vert (m2) : IVM ; en rouge (m3) : moindres carrés généralisés. À droite : zoom

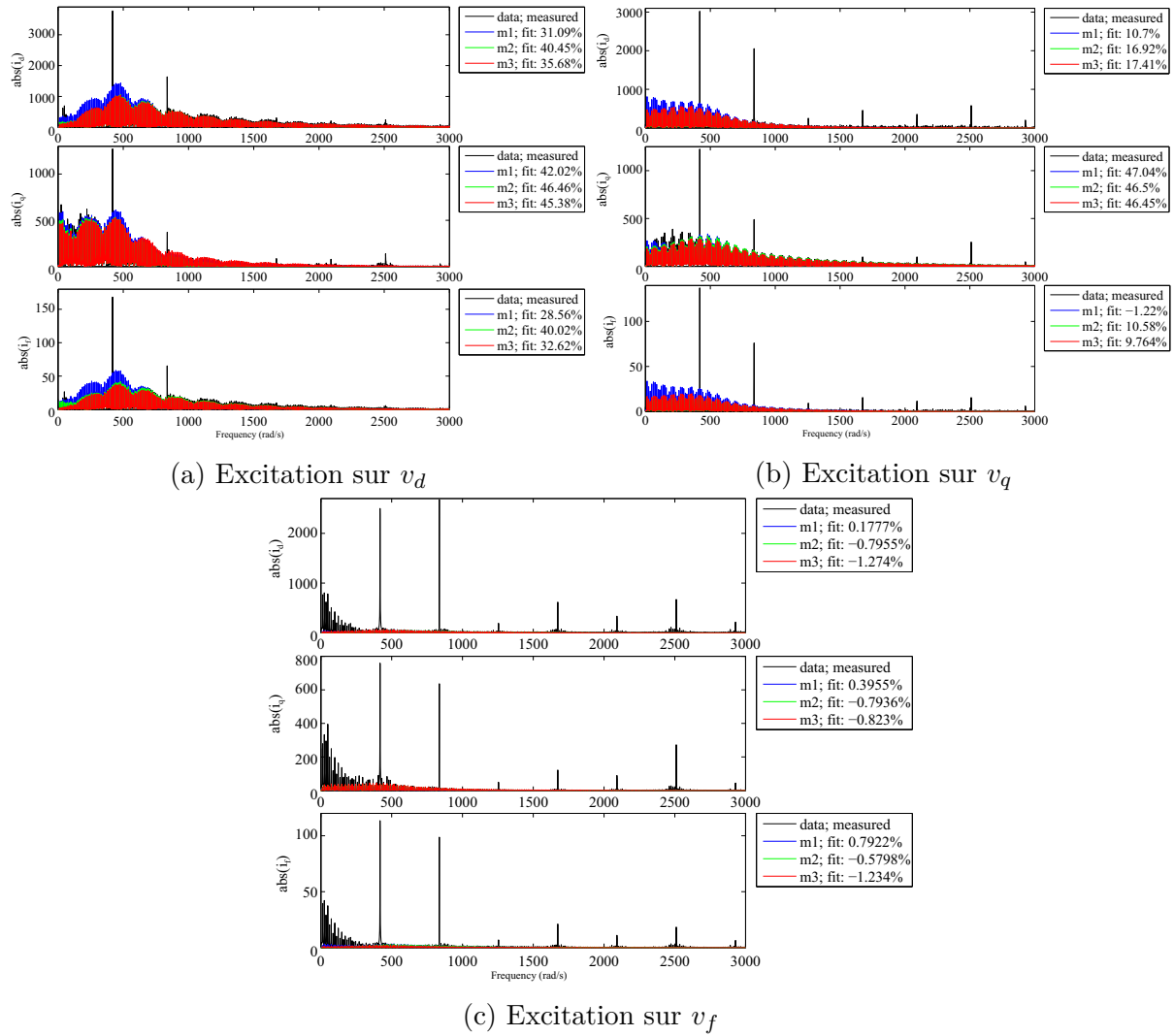


FIGURE 3.27 – Comparaison entre les spectres des simulations des modèles identifiés et le spectre des mesures, pour les excitations par SBPA sur les axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  respectivement. En noir : courants mesurés ; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés ; en vert (m2) : IVM ; en rouge (m3) : moindres carrés généralisés

La comparaison des spectres des courants  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_f$  pour chacune des séquences d'excitation des tensions de la machine, à la Figure 3.27, montre que les signaux simulés au moyen des fonctions de transfert identifiées par la méthode de la variable instrumentale et par la méthode des moindres carrés généralisés sont légèrement plus proches des données mesurées pour les quatre fonctions de transfert suivantes :

- $i_d, i_q$  résultant d'une excitation sur  $v_d$  seul
- $i_d, i_q$  résultant d'une excitation sur  $v_d$  seul

On confirme en revanche à la Figure 3.27c la très mauvaise identification des fonctions de transfert à partir de la tension  $v_f$ .

L'amélioration entre le modèle identifié par moindres carrés et celui identifié par IVM est importante que ce soit d'un point de vue fréquentiel ou temporel, et justifie l'utilisation de cette méthode. En revanche, la méthode des moindres carrés généralisés apporte peu à l'identification du modèle linéaire de la machine tangent à un point de fonctionnement.

### 3.3.3 Prise en compte des variations de vitesse

Si on veut prendre en compte la variation de vitesse pour l'identification, on utilise le modèle autour d'un point de fonctionnement développé au Chapitre 2. On y ajoute la relation fondamentale de la dynamique pour la rotation du rotor de la machine :

$$J \frac{d\omega_e}{dt} = \Gamma - \Gamma_r - f\omega_e \quad (3.57)$$

Dans cette relation,  $J$  est l'inertie mécanique du rotor et  $f$  le coefficient de frottement. Le couple  $\Gamma$  s'exprime de la façon suivante pour une machine synchrone à rotor bobiné :

$$\Gamma = \frac{3p}{2} M_f i_f i_q + \frac{3p}{2} (L_d - L_q) i_d i_q \quad (3.58)$$

Ce qui, autour d'un point de fonctionnement et à l'ordre 1 permet d'écrire

$$J \frac{d\delta\omega_e}{dt} = \frac{3p}{2} M_f i_{f0} \delta i_q + \frac{3p}{2} M_f i_{q0} \delta i_f + \frac{3p}{2} (L_d - L_q) (i_{d0} \delta i_q + i_{q0} \delta i_d) - \Gamma_r - f \delta\omega_e \quad (3.59)$$

On prend comme nouveau vecteur d'état pour la MSRB :

$$X = \begin{bmatrix} \delta i_d & \delta i_q & \delta i_f & \delta\omega_e \end{bmatrix}^T \quad (3.60)$$

La représentation d'état correspondante est la suivante :

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dt} = & \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d\beta} & \omega_0 \frac{L_q}{L_d\beta} & \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta} & i_{q0} \frac{L_q}{L_d\beta} \\ -\omega_0 \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & -\omega_0 \frac{M_f}{L_q} & -i_{d0} \frac{L_d}{L_q} - i_{f0} \frac{M_f}{L_q} \\ \frac{R_s M_f}{L_d L_f \beta} & -\omega_0 \frac{M_f L_q}{L_d L_f \beta} & -\frac{R_f}{L_f \beta} & -i_{q0} \frac{M_f L_q}{L_d L_f \beta} \\ \frac{3p}{2J} (L_d - L_q) i_{q0} & \frac{3p}{2J} ((L_d - L_q) i_{d0} + M_f i_{f0}) & \frac{3p}{2J} M_f i_{q0} & -f/J \end{bmatrix} X \\ & + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d\beta} & 0 & -\frac{M_f}{L_d L_f \beta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ -\frac{M_f}{L_d L_f \beta} & 0 & \frac{1}{L_f \beta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_d \\ \delta v_q \\ \delta v_f \\ \delta \Gamma_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Si on considère que le couple résistant  $\Gamma_r$  est constant, alors  $\delta\Gamma_r = 0$ . On a dans ce cas un modèle à trois entrées  $\delta v_d$ ,  $\delta v_q$  et  $\delta v_f$  et 4 sorties  $\delta i_d$ ,  $\delta i_q$ ,  $\delta i_f$  et  $\delta\omega_e$ .

L'évolution de la vitesse électrique de la machine  $\omega_e$  pour un essai où les différentes tensions sont excitées par des séquences SBPA est présentée à la Figure 3.28. La vitesse électrique  $\omega_e$  varie pendant cet essai d'environ 7%. Pendant ces essais, la boucle de régulation en courant est ouverte mais la machine électrique est toujours couplée à la machine de charge, ce qui introduit une dynamique basse fréquence (autour de 7Hz) dans l'évolution de la vitesse.

On applique les mêmes méthodes d'identification que précédemment.

Pour des signaux excitateurs composés d'échelons, les diagrammes de Bode des modèles identifiés sont montrés à la Figure 3.29. Il y a, d'après ces diagrammes, peu de différences entre les modèles identifiés en prenant en compte les variations de vitesse et les modèles identifiés sans prendre en compte ces variations.



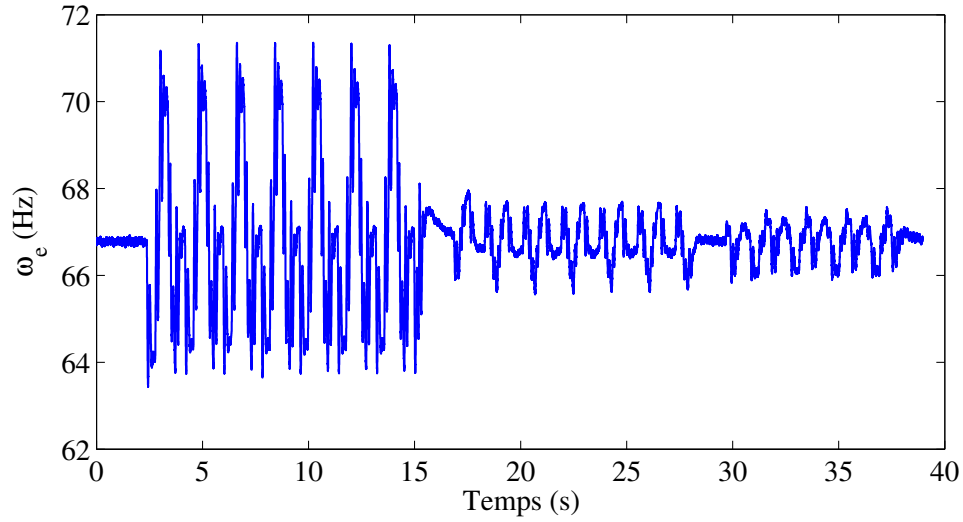


FIGURE 3.28 – Évolution de la vitesse électrique de la machine sur un essai pour l'identification : excitation par SBPA

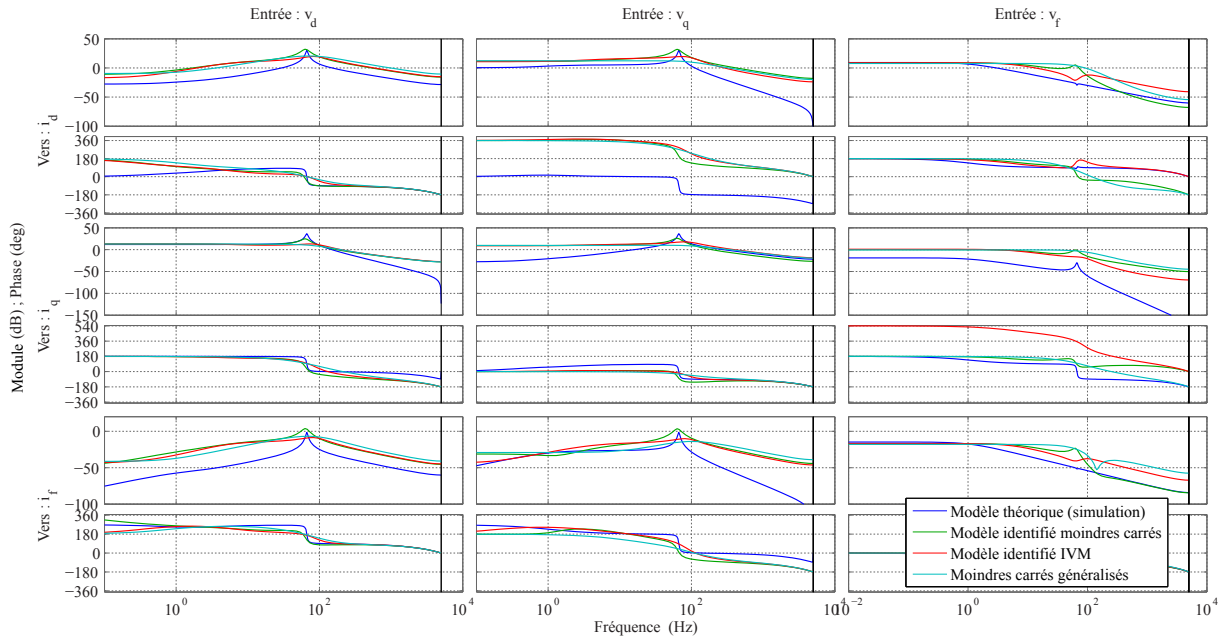


FIGURE 3.29 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert de la machine identifiées en prenant en compte les variations de vitesse après excitation par échelons : modèle théorique (bleu), modèle identifié par moindres carrés (vert), modèle identifié par IVM (rouge), moindres carrés généralisés (bleu clair)

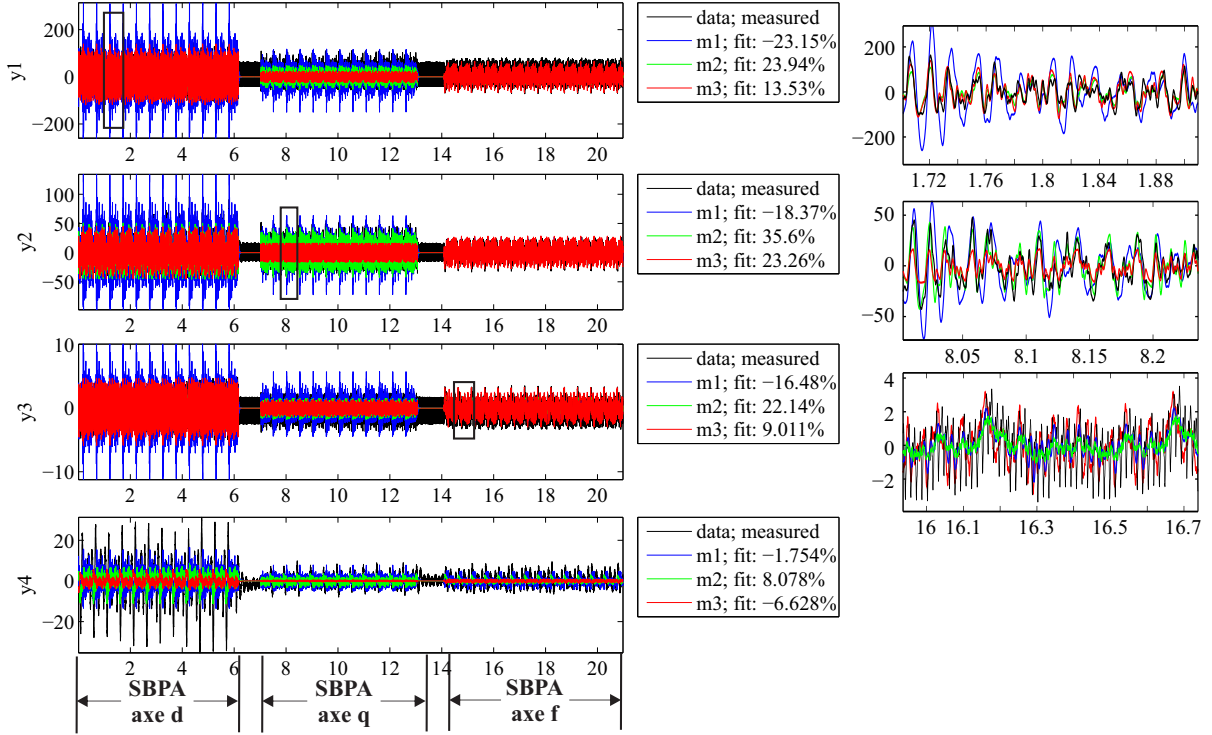


FIGURE 3.30 – Comparaison des données mesurées avec différents signaux simulés pour les modèles identifiés (excitation par échelons). En noir : courants mesurés ; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés ; en vert (m2) : IVM ; en rouge (m3) : moindres carrés généralisés. À droite : zoom.

En ce qui concerne les réponses temporelles en simulation des différents modèles identifiés en prenant en compte la variation de la vitesse, elles sont données à la Figure 3.30. Leurs taux de correspondance avec les valeurs des courants mesurés diffèrent peu de ceux trouvés sans prendre en compte ces variations. Il en va de même si on regarde séparément les réponses fréquentielles pour des excitations sur chacun des axes, à la Figure 3.31.

Sur le spectre des données mesurées pour la vitesse électrique de la machine, on observe une composante harmonique importante autour de 36 rad/s (6Hz environ). Cette composante correspond à la dynamique de la régulation interne à la machine de charge.

En ce qui concerne les résultats d'identification pour des signaux excitateurs contenant des SBPA, les résultats sont sensiblement les mêmes selon que l'on prend ou non en compte pour l'identification les variations de vitesse. Les diagrammes de Bode sont représentés à la Figure 3.32 et les comparaisons temporelles à la Figure 3.33

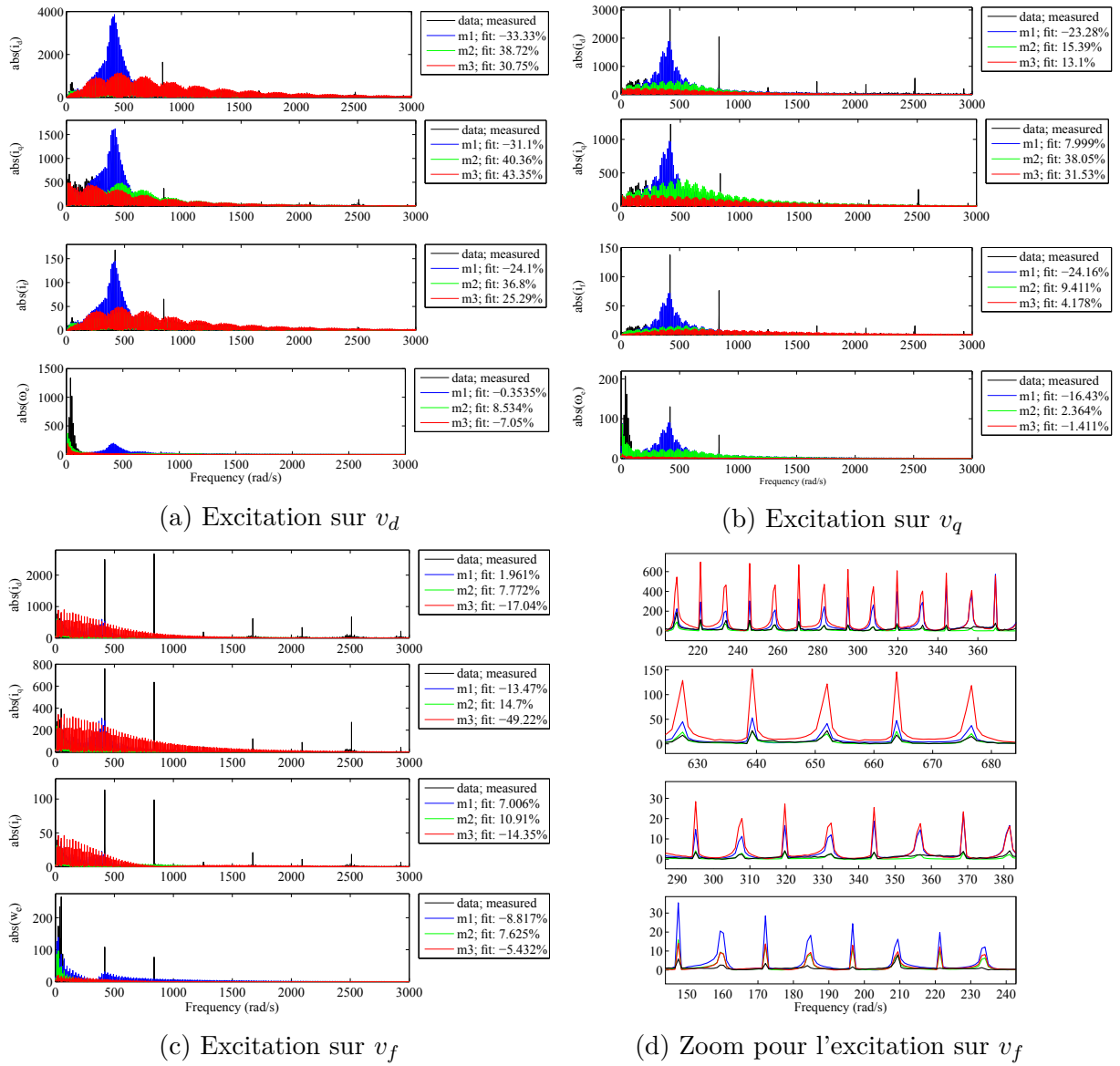


FIGURE 3.31 – Comparaison des spectres des données mesurées avec les spectres des différents signaux simulés pour les modèles identifiés en prenant en compte les variations de vitesse, pour les excitations par échelons sur les axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  respectivement. En noir : courants mesurés ; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés ; en vert (m2) : IVM ; en rouge (m3) : moindres carrés généralisés.

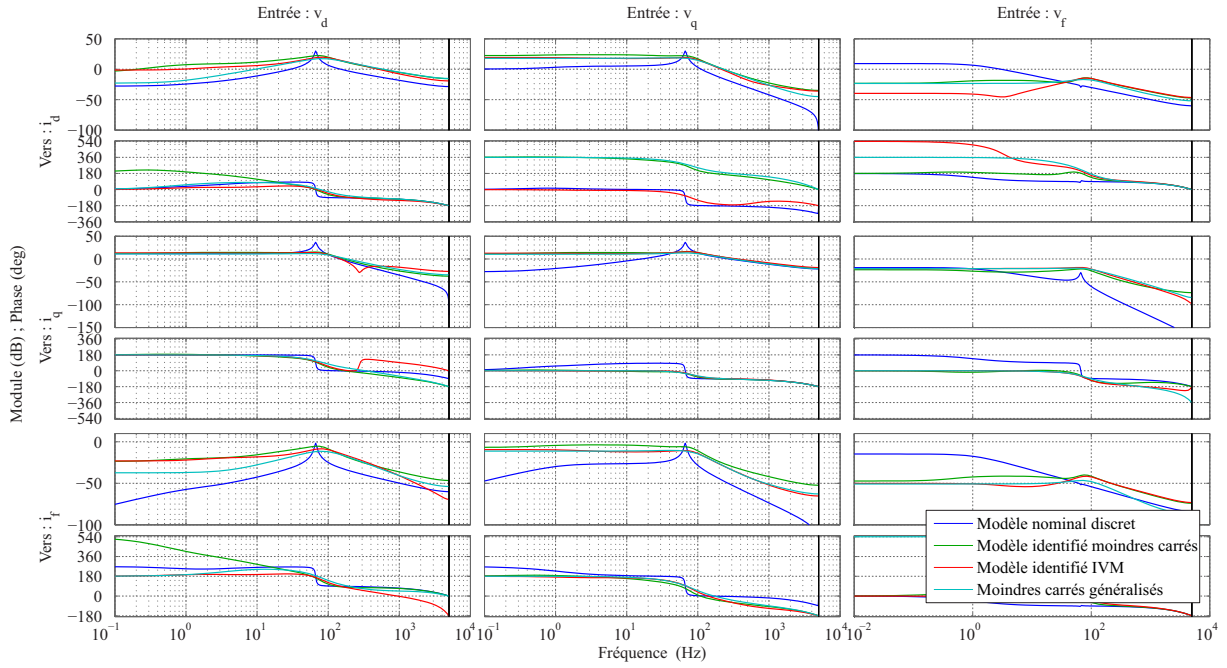


FIGURE 3.32 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert de la machine identifiées en prenant en compte les variations de vitesse après excitation par SBPA : modèle théorique (bleu), modèle identifié par moindres carrés (vert), modèle identifié IVM (rouge), moindres carrés généralisés (bleu clair)

### 3.3.4 Conclusions partielles

Les méthodes présentées permettent de vérifier que les inductances calculées par éléments-finis et utilisées dans le modèle nominal sont cohérentes avec les inductances réelles de la machine.

Par ailleurs, ces méthodes appliquées à l'identification de l'ensemble des paramètres du système permettent d'identifier ces derniers autour d'un point de fonctionnement. Le modèle ainsi obtenu est cohérent avec le modèle nominal exposé au Chapitre 2 et permet de retrouver la réponse de la machine à une autre excitation. La prise en compte des retards introduits dans le système est importante pour l'identification et apporte des améliorations significatives, de même que la prise en compte de bruits de mesure.

Pour une identification correcte de l'axe  $f$ , l'excitation par échelons de tension de la machine est recommandée. Enfin, au vu des résultats obtenus, l'utilisation de l'identification par IVM peut suffire pour un point de fonctionnement donné, d'autant plus que l'utilisation de la méthode des moindres carrés généralisés augmente le temps de calcul de manière conséquente.

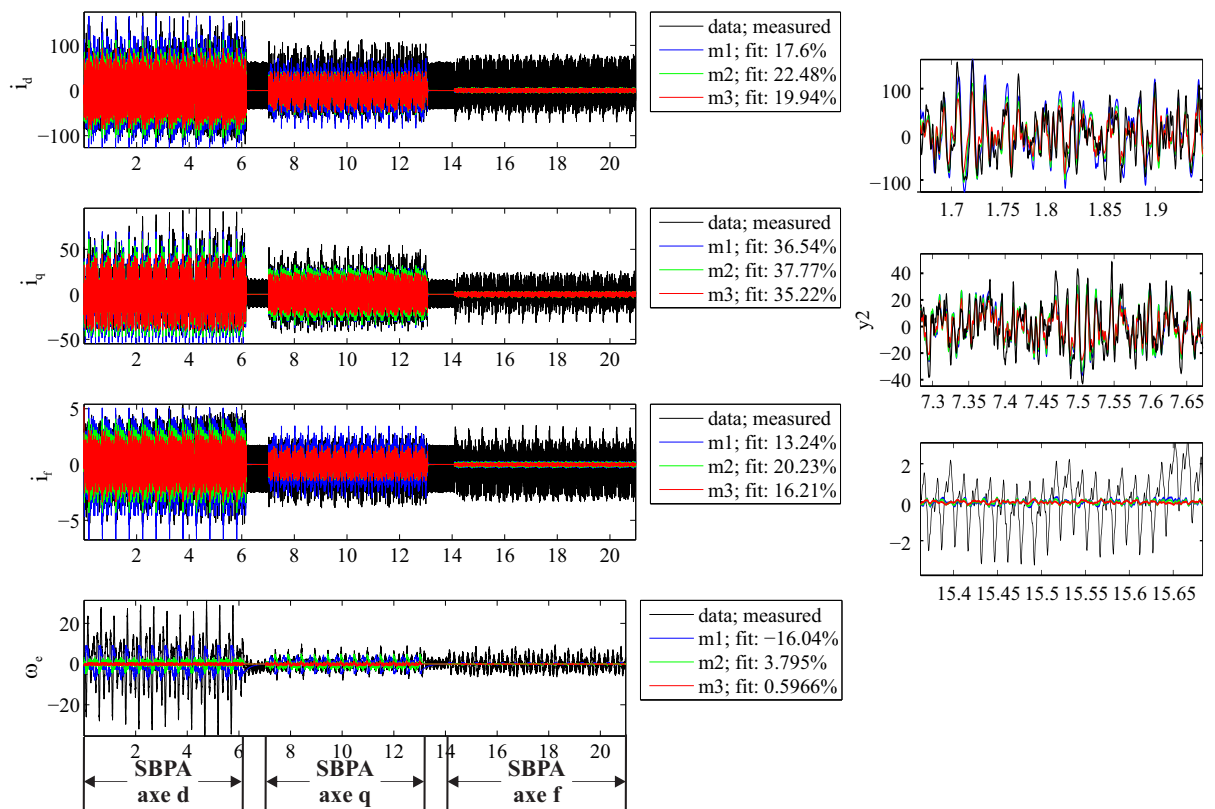


FIGURE 3.33 – Comparaison des mesures prédites pour les différents modèles identifiés (excitation par échelons) avec un jeu de données mesurées sur banc d'essais. En noir : courants mesurés; en bleu (m1) : modèle identifié par moindres carrés; en vert (m2) : IVM; en rouge (m3) : moindres carrés généralisés. À droite : zoom.

# Chapitre 4

## Stratégies de commande dédiées au NVH

Dans ce chapitre, deux types de lois de commande visant à réduire l'harmonique 6 de courant sont proposés. Le postulat de départ pour la mise en place de ces deux lois de commande consiste à modéliser l'origine de cet harmonique par un signal perturbateur externe intervenant en amont de la machine. Deux approches ont été abordées.

Dans un premier temps, on peut envisager de réguler la réponse du système à une telle perturbation. Pour ce faire, un régulateur est calculé par synthèse  $H_\infty$ . Positionné dans une boucle secondaire, celui-ci a pour objectif de limiter le niveau de l'harmonique de courant visé, le système à piloter étant alors la boucle fermée comprenant la machine et la régulation principale en courant.

Dans un deuxième temps, on peut envisager de compenser la perturbation pour limiter son effet. Comme cette perturbation n'est pas mesurable, la mise en place d'un observateur est proposée afin d'estimer le signal temporel modélisant cette perturbation.

Dans tous les cas, la régulation principale en courant mise en place par les équipes de Renault est maintenue et l'objectif est de limiter les modifications de ses performances. L'influence sur la stabilité de la boucle fermée en courant des solutions proposées est analysée et des résultats expérimentaux sont présentés.

### 4.1 Formalisation du problème de commande

L'objectif des lois de commande mises en place est la réduction de l'harmonique 6 de courant, noté  $C_6$ , à un point de fonctionnement. En effet, cet harmonique qui provient physiquement des temps morts de l'onduleur (en particulier), est à l'origine de vibrations du stator à la même fréquence.

Le point de fonctionnement de la machine choisi pour la mise en place du régulateur est  $\{2000 \text{ tr/min}, 100 \text{ Nm}\}$ . A ce point de fonctionnement, l'harmonique  $C_6$  est à la fréquence de 400 Hz.

Le modèle de synthèse choisi pour la mise en place des lois de commande est constitué de plusieurs éléments. Le premier élément est bien sûr la machine électrique qui sert de support à l'étude. Elle est représentée sur la Figure 4.1 par la matrice de transfert  $G(s)$ .

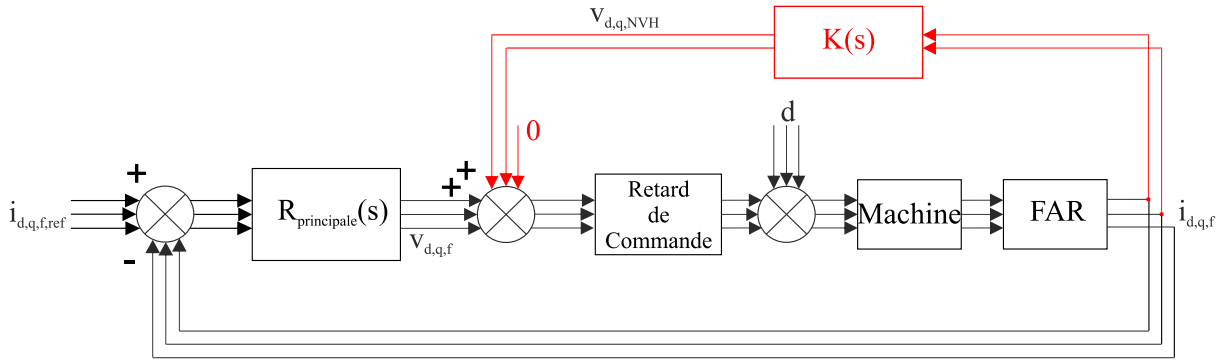


FIGURE 4.1 – Position du régulateur dédié aux harmoniques de courant

Pour le problème de synthèse, la MSRB est modélisée grâce au modèle nominal dont on rappelle ici les équations :

$$\begin{cases} v_d = R_s i_d + \frac{d\phi_d}{dt} - \omega_e \phi_q \\ v_q = R_s i_q + \frac{d\phi_q}{dt} + \omega_e \phi_d \\ v_f = R_f i_f + \frac{d\phi_f}{dt} \end{cases} \quad \begin{cases} \phi_d = L_d i_d + M_f i_f \\ \phi_q = L_q i_q \\ \phi_f = L_f i_f + M_f i_d \end{cases} \quad (4.1)$$

Pour l'établissement des lois de commande, la vitesse électrique  $\omega_e$  de la machine sera considérée comme constante. On utilise dans ces équations les valeurs nominales des paramètres de la machine au point de fonctionnement choisi.

Le deuxième élément est constitué par la régulation principale en courant de la machine, notée sur la Figure 4.1  $R_{principale}(s)$ . On rappelle qu'elle est constituée de régulateurs PI sur les trois axes  $d$ ,  $q$  et  $f$  ainsi que de découplages entre les différents axes. Les diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre les perturbations sur les axes  $d$  et  $q$  et les courants sur les mêmes axes sont donnés à la Figure 4.2. Sur ces fonctions de transfert, la bande passante maximale est située

- autour de 100Hz sur l'axe  $d$ ;
- autour de 250Hz sur l'axe  $q$ .

Un harmonique de courant à 400 Hz se situe donc en dehors des bandes passantes sur ces deux axes.

On prend également en compte les retards intervenant dans la chaîne de commande ainsi que le déphasage induit par le FAR.

Les corrections proposées sont positionnées dans une boucle de courant dédiée, comme le correcteur  $K(s)$  sur la Figure 4.1.

Ces corrections agissent seulement sur les axes  $d$  et  $q$ . En effet, on a vu que :

- un harmonique de tension à 400Hz sur l'axe  $f$  n'a qu'une faible influence sur l'harmonique vibratoire  $H_{12}$ ;
- la dynamique de l'axe  $f$  est faible par rapport aux dynamiques des axes  $d$  et  $q$ .

En monovariable, on peut rechercher l'influence du correcteur  $K$  sur les fonctions de transfert entre un courant de référence  $I_{ref}$ , une perturbation  $d$  et le courant de sortie  $I$  :

$$I = G(R(I_{ref} - I) + d + KI) \quad (4.2)$$

$$I(1 + G(R - K)) = G(RI_{ref} + d) \quad (4.3)$$

$$I = \frac{GR}{1 + G(R - K)} I_{ref} + \frac{G}{1 + G(R - K)} d \quad (4.4)$$

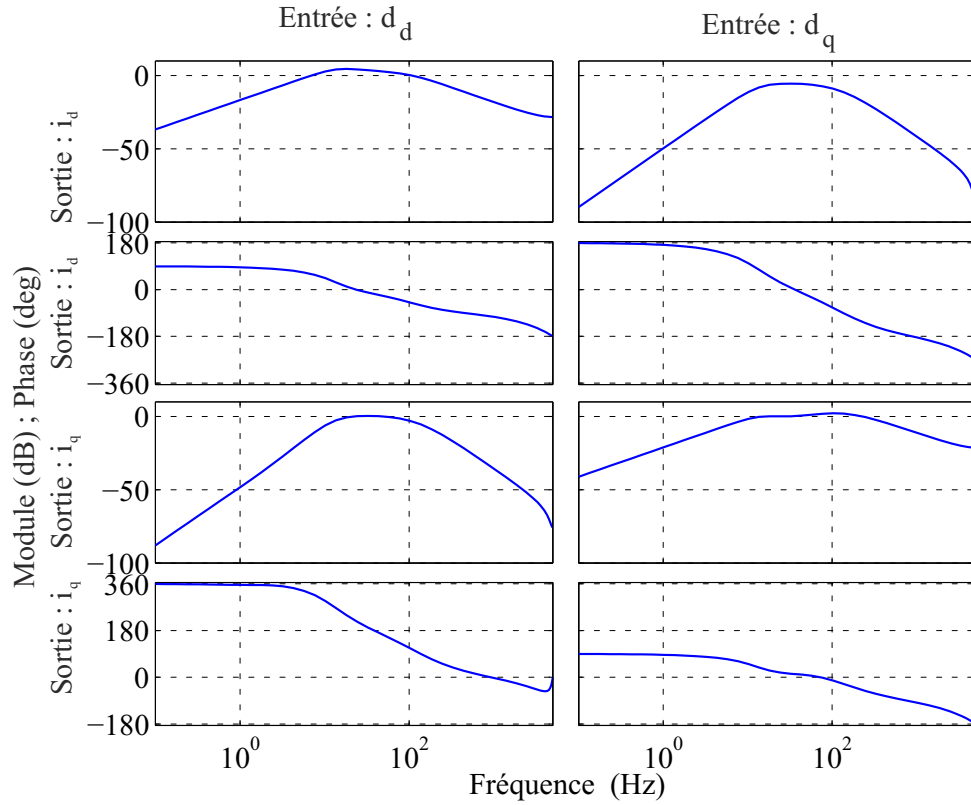
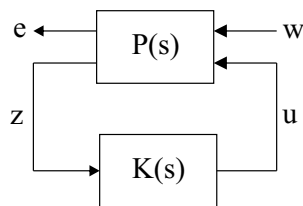


FIGURE 4.2 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre les perturbations sur les axes  $d$  et  $q$  et les courants sur les mêmes axes

On a donc deux régulateurs sur  $I$ , qui doivent agir chacun dans leur bande de fréquence : les basses fréquences pour  $R$  et les fréquences situées autour de 400Hz pour  $K$ . Le correcteur dédié aux harmoniques sera susceptible d'influencer le transfert entre le courant de référence et le courant. Il faut par conséquent faire en sorte que  $K$  interfère le moins possible sur la bande passante du système bouclé par  $R$ .




 FIGURE 4.3 – Problème standard pour la synthèse  $H_\infty$ 

## 4.2 Régulation H-infini

### 4.2.1 Bref rappel sur la synthèse H-infini

Le problème standard pour une synthèse  $H_\infty$  est schématisé sur la Figure 4.3. La matrice de transfert  $P(s)$  modélise le problème, elle caractérise les fonctions de transfert entre :

- les références et bruits pouvant intervenir sur le système, regroupés dans  $w$  ;
- les commandes du correcteur regroupées dans  $u$

et

- les mesures  $z$  ;
- les signaux  $e$  caractérisant les grandeurs à maîtriser.

Les entrées  $w$  et les sorties  $e$  sont reliées entre elles par une fonction de transfert appelée *Transformation Fractionnaire Linéaire*  $\mathbf{F}_l(P(s), K(s))$  telle que :

$$E(s) = \mathbf{F}_l(P(s), K(s))W(s) \quad (4.5)$$

Dès lors, le problème  $H_\infty$  standard consiste à déterminer le correcteur  $K(s)$  qui assurera la stabilité du système bouclé ainsi que la condition  $\|\mathbf{F}_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ ,  $\gamma$  étant fixé. On cherche alors les correcteurs assurant la plus petite valeur de  $\gamma$  possible. Ceux-ci sont dits « optimaux ».

Cependant,  $\gamma$  n'est pas connu, il faut déterminer simultanément sa valeur optimale et le correcteur associé. La méthode de résolution choisie est celle par équations de Riccati dont on trouvera les développements par exemple dans [20, 69].

En ce qui concerne la mise en œuvre de la synthèse, on doit tenir compte des performances que doit assurer le correcteur  $K(s)$  pour le système. On utilise pour cela des fonctions de pondération placées sur les signaux intéressants. L'utilisation de ces fonctions permet de focaliser la commande sur les zones de fréquences choisies et de modéliser les différentes fonctions de transfert du système pour atteindre les performances requises. Les fonctions de pondération se positionnent usuellement comme représenté sur la Figure 4.4. La première, notée  $W_1$ , porte sur l'erreur entre la référence et le signal en sortie du système, soit l'entrée de  $K(s)$ . La deuxième,  $W_2$ , porte sur la commande ou sortie de  $K(s)$ . Enfin, un troisième filtre  $W_3$  pondère la perturbation.

Ces filtres permettent de contraindre les différentes fonctions de transfert caractéristiques de la boucle fermée sur les plages de fréquences voulues. De plus, en contraignant les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire, les marges de stabilité du système bouclé, notamment la marge de module, peuvent être garanties.

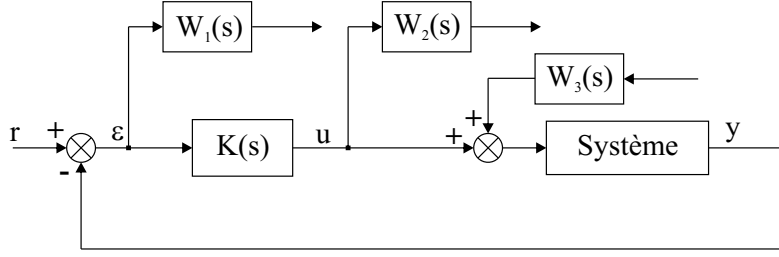


FIGURE 4.4 – Positionnement usuel des fonctions de pondération

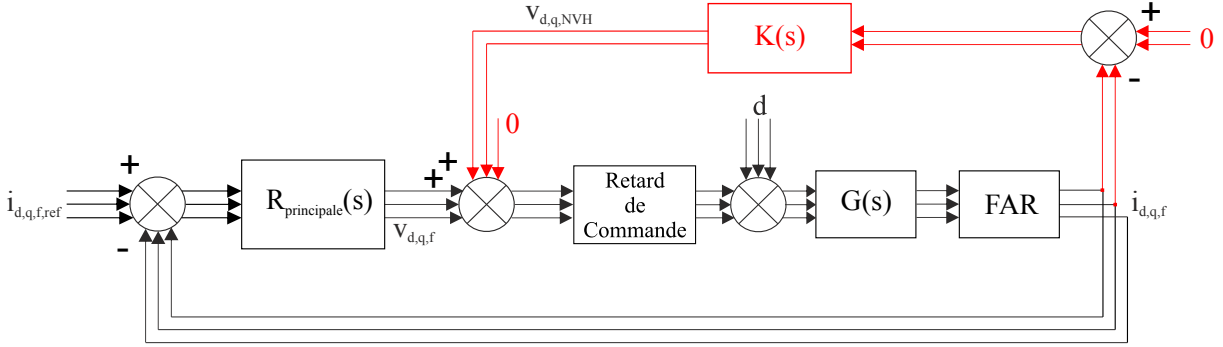


FIGURE 4.5 – Positionnement de la régulation NVH

Les entrées et sorties des fonctions de pondération sont utilisées pour la définition de  $P(s)$ . Il suffit d'ajuster les filtres  $W_1$ ,  $W_2$  et  $W_3$  pour ajuster les performances du correcteur et améliorer la valeur de  $\gamma$ . En général, on cherche à avoir  $\gamma$  autour de 1.

## 4.2.2 Application à la réduction d'harmoniques

### 4.2.2.1 Positionnement de la commande

L'objectif de la loi de commande synthétisée est de réduire le gain de la fonction de transfert entre une perturbation intervenant en amont de la machine et les courants en sortie de la machine. Plus particulièrement, on cherche à diminuer ce gain à une fréquence fixée à 400Hz, pour un point de fonctionnement à 2000 tr/min et 100Nm. On diminue ainsi l'amplitude de l'harmonique de courant correspondant.

La loi de commande dédiée à cet harmonique de courant est établie dans une boucle secondaire, comme schématisé à la Figure 4.5. Cette commande est additionnée à celle de la régulation principale. Le système régulé comprend donc la machine et la régulation principale, comme illustré à la Figure 4.6.

Les retards dans la chaîne de commande seront pris en compte pour la synthèse au travers de filtres passe-bas d'ordre 1, modèles simples des temps de retard permettant de prendre en compte une partie du déphasage. Les FAR des chaînes de mesures ont aussi été approchés par des fonctions du premier ordre, de façon à limiter l'ordre du correcteur finalement synthétisé.

Les mesures utilisées par le régulateur sont les courants  $i_d$  et  $i_q$  et ses sorties sont les tensions de commande  $v_{d,NVH}$  et  $v_{q,NVH}$ . La tension  $v_{f,NVH}$  sur l'axe rotorique est quant à elle égale à 0.

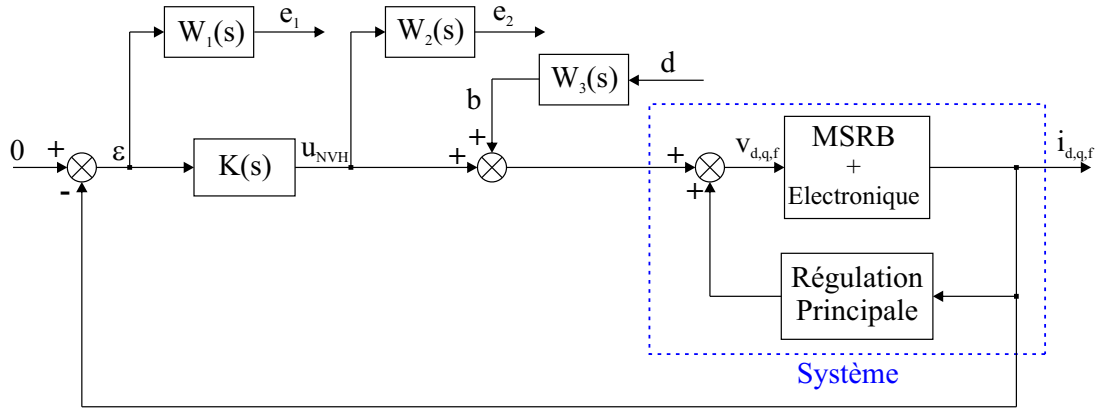


FIGURE 4.6 – Schéma pour la synthèse  $H_\infty$  d'une loi de commande dédiée aux harmoniques de courant

La référence choisie pour les courants dans le cadre de la régulation NVH est nulle sur les deux axes. Il s'agit en effet de la référence pour l'harmonique de courant visé.

#### 4.2.2.2 Fonctions de pondération

Le positionnement des fonctions de pondération pour notre problème est montré à la Figure 4.6. Ces fonctions sont choisies de façon à ce que la commande de la boucle secondaire ait un gain faible dans la bande passante du régulateur principal. Par ailleurs, on fait en sorte que cette commande n'agisse que sur l'harmonique  $C_6$  à 400Hz.

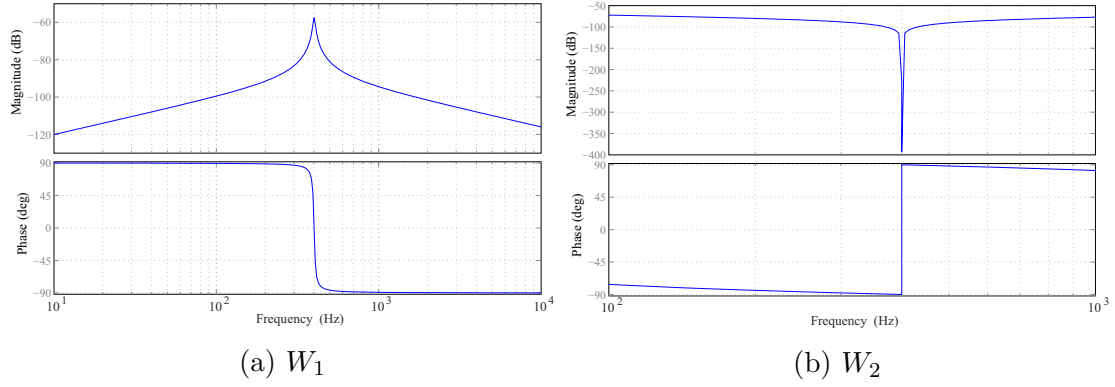
Le filtre  $W_1$  est appliqué sur l'erreur  $\varepsilon$  entre les courants et la référence. Il s'agit d'un filtre passe-bande à la pulsation  $\omega_6$  pour cibler l'erreur sur l'harmonique de courant  $C_6$  que l'on souhaite réduire. En effet, le régulateur  $H_\infty$  est conçu de telle sorte qu'il permette le suivi d'une référence nulle sur une certaine plage de fréquences, en l'occurrence autour de 400Hz. La fonction de transfert pour  $W_1$  est de la forme :

$$W_1(s) = \frac{K_1 s}{s^2 + 2\xi_1 \omega_6 s + \omega_6^2} \quad \text{avec } \omega_6 = 2\pi \times 400 \text{ rad/s} \quad (4.6)$$

La fonction de pondération  $W_2$  agit sur les tensions de commande  $v_{d,NVH}$  et  $v_{q,NVH}$ . Il s'agit d'un filtre coupe-bande. Cette fonction de pondération vise à ce que le correcteur ait un gain qui soit important à la pulsation  $\omega_6$  et faible ailleurs, surtout aux basses fréquences. Ainsi, on limite l'impact de notre correcteur sur la bande passante du régulateur principal. La fonction de transfert pour  $W_2$  est de la forme :

$$W_2(s) = K_2 \frac{s^2 + \omega_6^2}{s^2 + 2\xi_2 \omega_6 s + \omega_6^2} \quad (4.7)$$

La fonction de pondération  $W_3$  est choisie constante. Elle porte sur le bruit et permet d'ajuster le gain des fonctions de transfert entre le bruit et l'erreur et entre le bruit et les tensions de commande,  $v_{d,NVH}$  et  $v_{q,NVH}$ . Sa présence permet de minimiser le transfert entre la perturbation et les courants. Puisqu'on sélectionne déjà la plage de fréquences visée avec la fonction de pondération  $W_1$ , on ne le fait pas sur la perturbation, ce qui permet de limiter l'ordre du correcteur qui est finalement synthétisé.

FIGURE 4.7 – Pondérations sur l’axe  $d$ 

Les diagrammes de Bode des fonctions de pondération  $W_1$  et  $W_2$  utilisées pour l’axe  $d$  sont représentés aux Figures 4.7a et 4.7b. Les réglages sont les mêmes sur l’axe  $d$  et sur l’axe  $q$ .

### 4.2.3 Loi de commande synthétisée

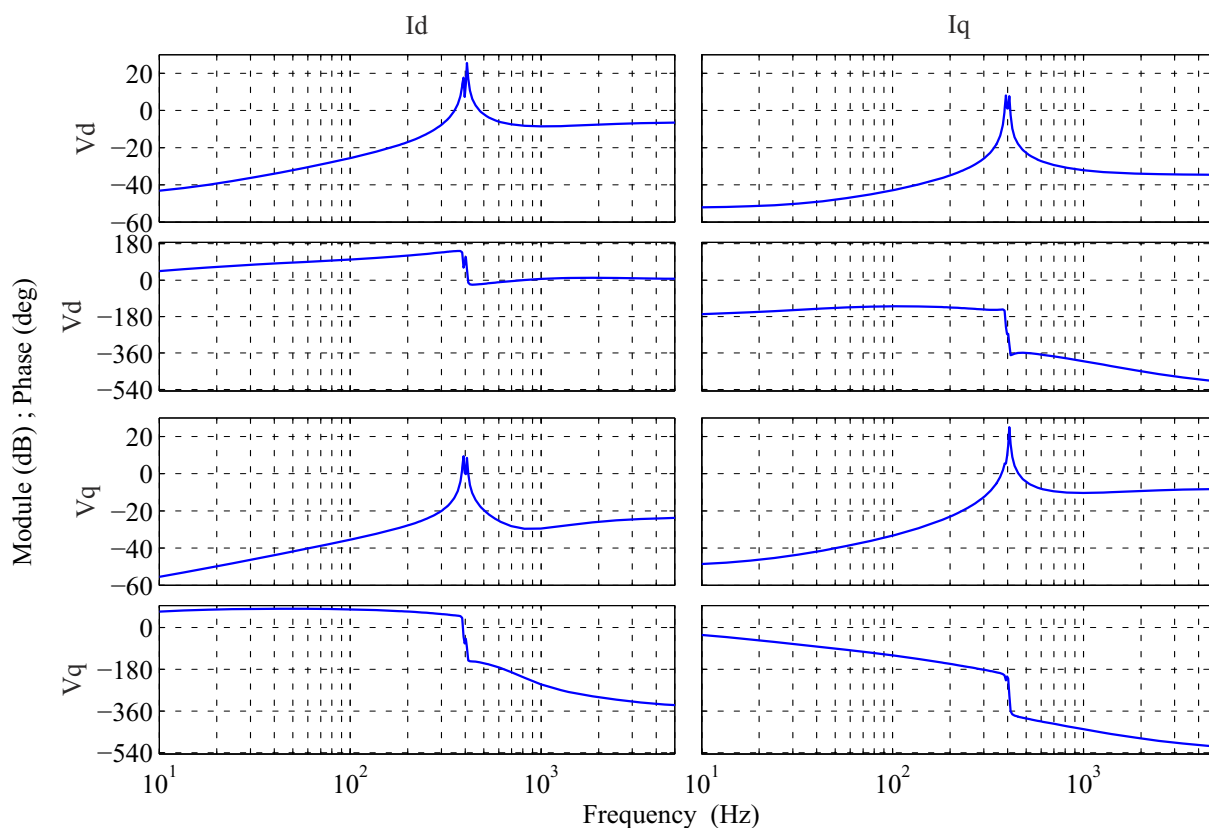
Pour calculer le correcteur par synthèse  $H_\infty$ , on utilise comme modèle de machine le modèle nominal exposé au Chapitre 2. Comme on l’a vu précédemment, on a également besoin d’un modèle de la régulation principale. Celui utilisé provient du logiciel de régulation développé par Renault, qui a été simplifié en ôtant notamment toutes les saturations et tous les blocs sans lien direct avec la régulation en courant (blocs dédiés à la surveillance de la température ou à la génération des signaux MLI par exemple). Comme il s’agit de correcteurs PI, il s’agit d’un système contenant 3 états.

Le modèle de la machine contient lui aussi 3 états. On compte également 3 états pour les filtres d’ordre 1 en entrée et 3 pour les FAR pour chaque axe. 4 états peuvent encore être ajoutés pour les fonctions de pondération  $W_1$ , et 4 pour les fonctions de pondération  $W_2$ . On arrive à un total de 20 états pour l’ensemble du système.

Le correcteur synthétisé aura donc 20 états. On peut néanmoins le réduire à l’aide de l’étude des valeurs singulières de Hankel : en supprimant les 9 états dont les valeurs singulières sont les plus faibles, on garde les propriétés fréquentielles principales du correcteur ainsi que la stabilité du système en boucle fermée.

La synthèse  $H_\infty$  avec les pondérations proposées ci-dessus permet d’obtenir des valeurs de  $\gamma$  très faibles, souvent bien inférieures à 1. Cela indique que les fonctions de pondération sont peu contraignantes pour les différents transferts du système bouclé par le correcteur ainsi calculé. Les diagrammes de Bode du correcteur obtenu sont représentés à la Figure 4.8.

Pour vérifier l’impact de la régulation NVH vis-à-vis de l’influence d’une perturbation à la fréquence visée sur les courants, on peut tracer les diagrammes de Bode des fonctions de transfert à temps continu entre des perturbations en amont de la machine sur les tensions  $v_d$  et  $v_q$  et les courants  $i_d$  et  $i_q$ , Figure 4.9. On peut voir sur ces diagrammes, et à la Figure 4.10, que les gains des fonctions de transfert considérées sont réduits d’environ 14dB sur l’axe  $d$  et 20dB sur l’axe  $q$  par rapport à l’absence de correcteur sur la fréquence


 FIGURE 4.8 – Diagramme de Bode d'un correcteur calculé par synthèse  $H_\infty$ 

visée. En revanche, ce gain est inchangé par la présence du correcteur sur le reste de la plage de fréquences. Cela permet de limiter très fortement l'impact de cette boucle de régulation sur la bande passante du régulateur principal en courant.

#### 4.2.4 Validation en simulation

On commence par valider en simulation le bon fonctionnement du correcteur calculé par synthèse  $H_\infty$ . Pour ce faire, on utilise le modèle nominal à temps continu de la machine et une version simplifiée de la régulation principale, qui reste à temps discret. Les retards des chaînes de commande et de mesure sont pris en compte par des fonctions de transfert à temps continu d'ordre 1. Le correcteur  $H_\infty$  est à temps continu également. Le modèle est simulé à une période d'échantillonnage de  $10^{-4}$  s.

Les résultats temporels en termes de diminution des harmoniques par le correcteur sont montrés à la Figure 4.11. On introduit en amont de la machine une perturbation sinusoïdale à 400 Hz d'amplitude 10 V.

Sur les Figures 4.11a et 4.11b, on observe qu'une correction sur certains harmoniques de l'axe  $d$ , de par les couplages de la machine, a un effet sur les mêmes harmoniques de l'axe  $f$ . En effet, alors que le correcteur n'agit que sur les axes  $d$  et  $q$ , l'influence de la perturbation à 400 Hz sur l'axe  $f$  est diminuée.

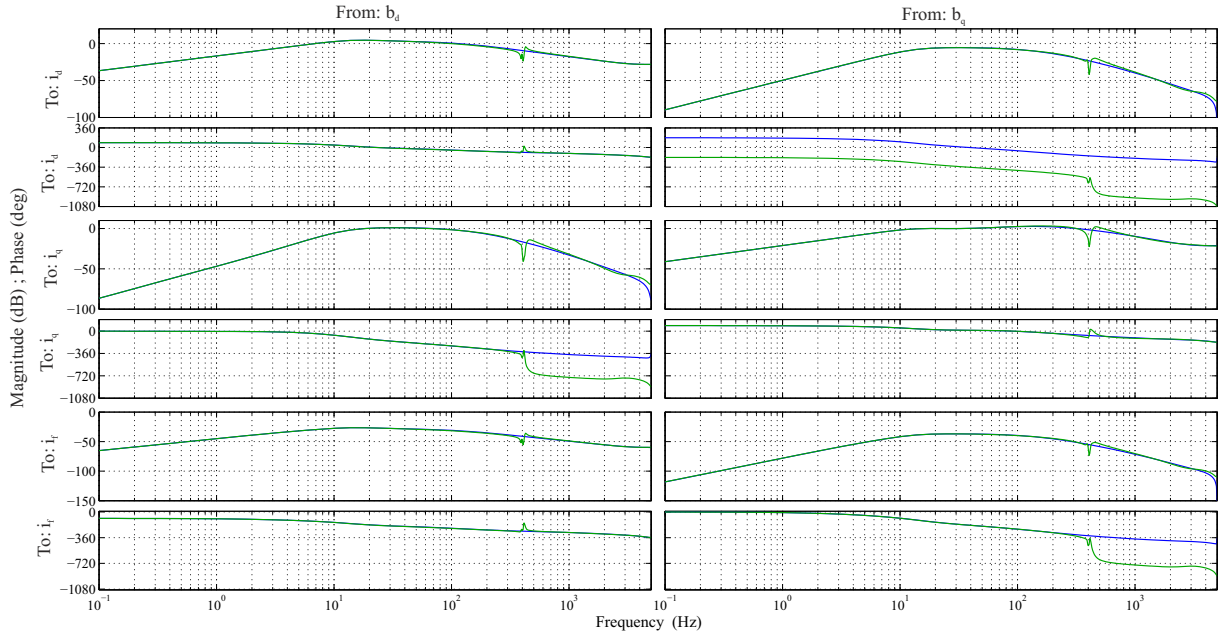


FIGURE 4.9 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre perturbations et courants avec (vert) et sans (bleu) correction

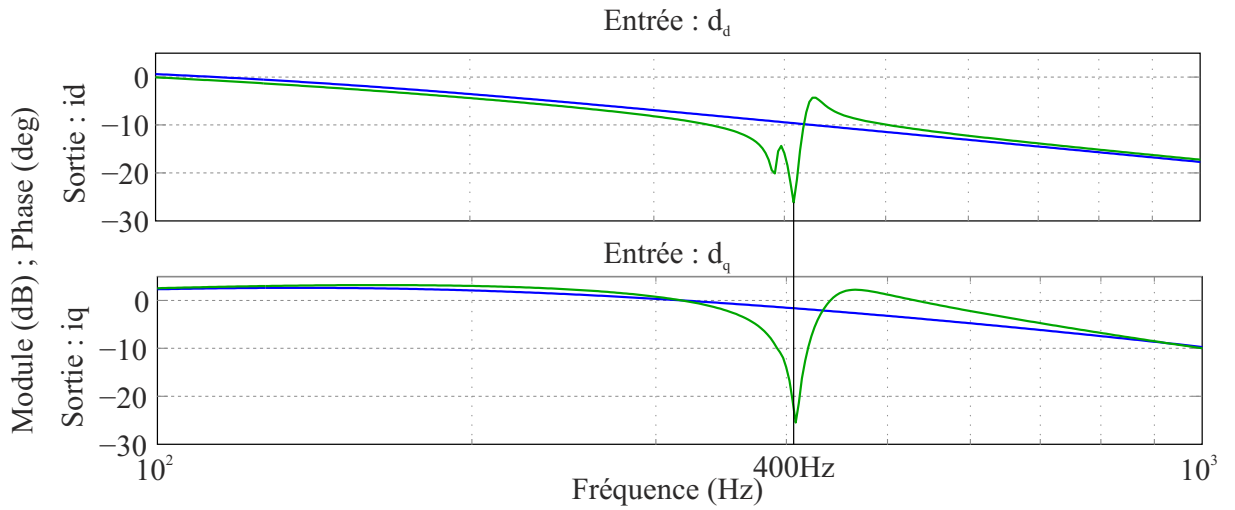
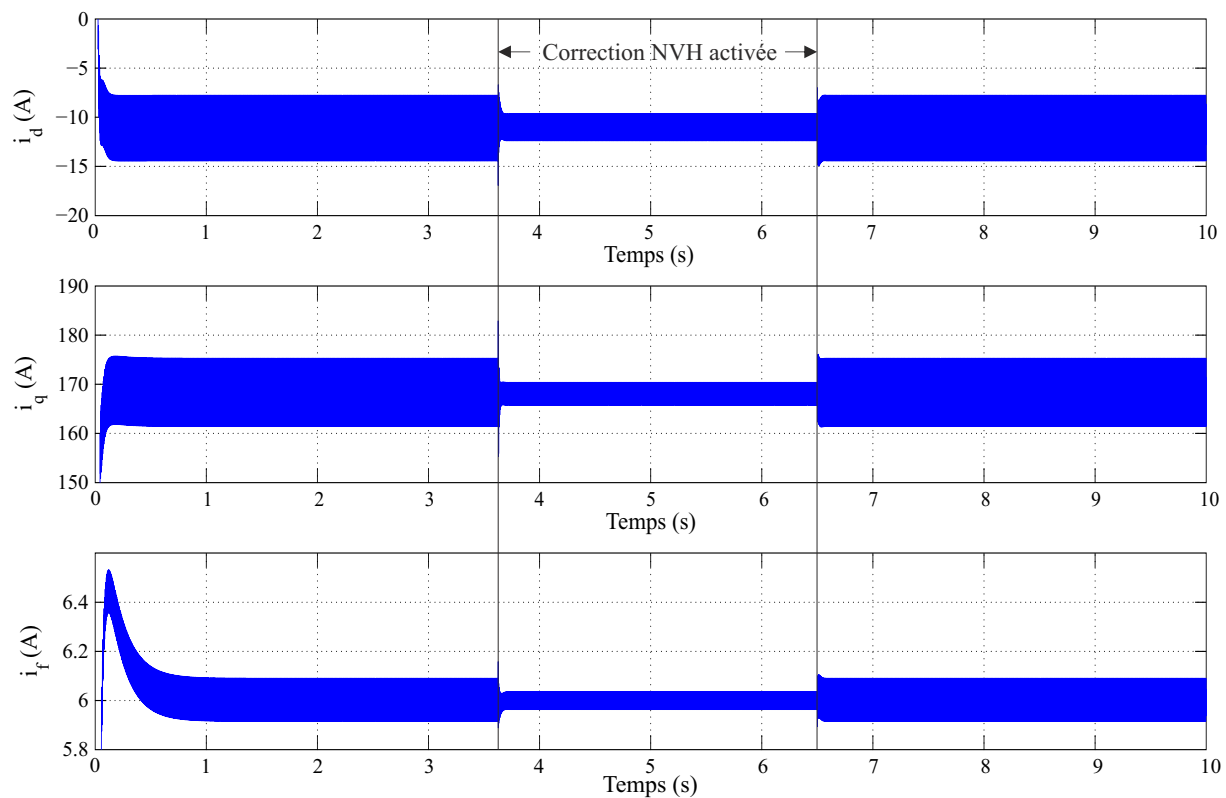
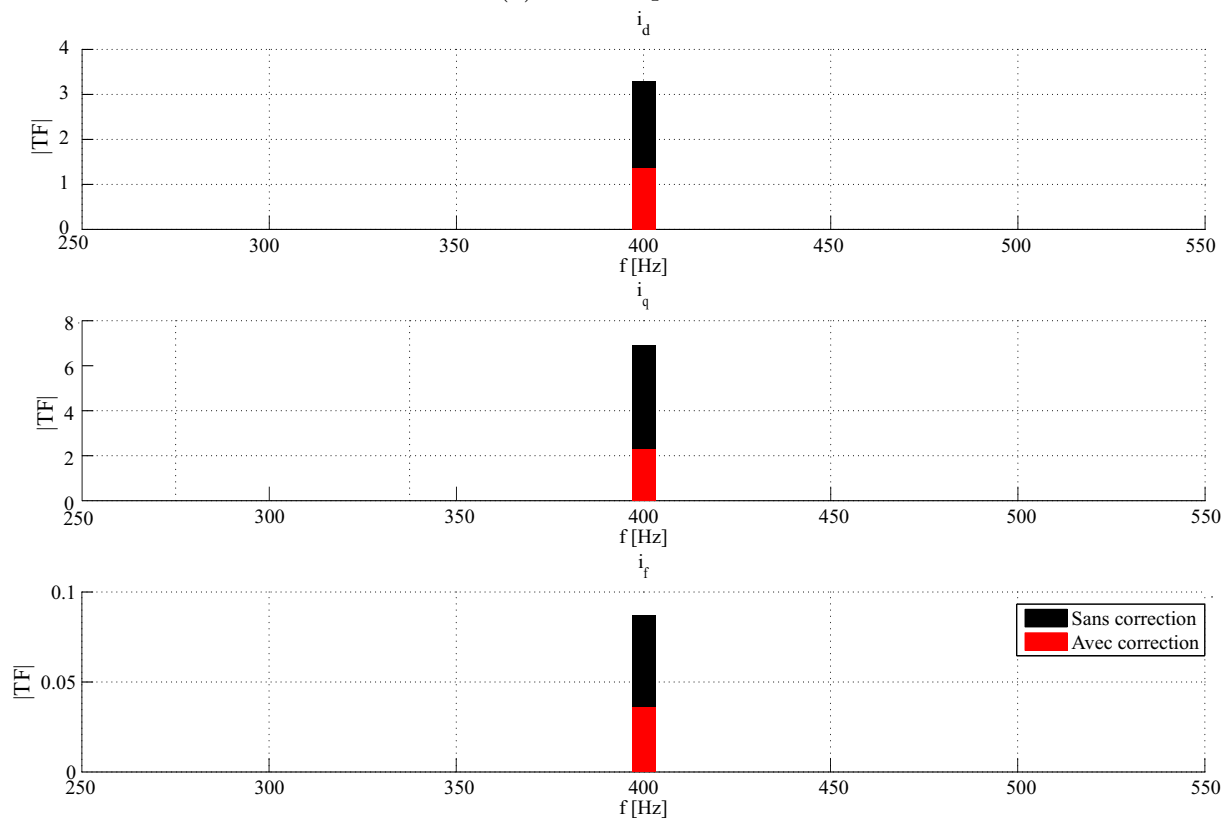


FIGURE 4.10 – Diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre perturbations et courants avec (vert) et sans (bleu) correction : zoom sur les modules des termes diagonaux autour de 400Hz



(a) Vue temporelle



(b) Analyse spectrale

 FIGURE 4.11 – Résultats en simulation avec et sans le correcteur  $H_\infty$ , pour une perturbation sinusoïdale à 400Hz. Courants  $i_d$  (haut),  $i_q$  (milieu) et  $i_f$  (bas)

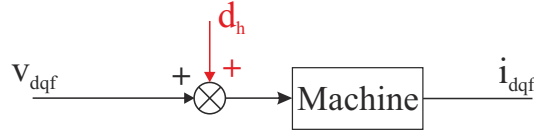


FIGURE 4.12 – Perturbation en entrée de la machine

## 4.3 Compensation par observation

### 4.3.1 Modélisation de l'origine de l'harmonique de courant visé

Comme cela a été vu au Chapitre 2, dans le cas où la machine est alimentée par des tensions triphasées parfaitement sinusoïdales, les courants dans le repère de Park ne présentent qu'une composante continue. Ce n'est pas le cas dans la pratique et les courants contiennent un grand nombre de composantes harmoniques. Parmi elles, la composante harmonique n°6 a été identifiée comme étant étroitement liée à un harmonique vibratoire gênant.

Cette composante harmonique trouve son origine physique, au moins en partie, dans les temps morts liés au pilotage de l'onduleur, c'est pourquoi sa source sera modélisée comme un signal perturbateur externe  $d_h$  intervenant sur les tensions en entrée de la machine, comme schématisé à la Figure 4.12. L'onduleur, en dehors de cette perturbation additionnelle, est considéré par la suite comme un actionneur linéaire parfait.

La compensation de ce signal perturbateur, noté  $d_x$  sur l'axe  $x$ , devrait permettre de limiter voire de supprimer le niveau de l'harmonique de courant correspondant. On rappelle que la compensation est effectuée sur les tensions  $v_d$  et  $v_q$  seulement. Comme cette perturbation n'est pas mesurable, on cherche à l'estimer par le biais d'un observateur.

### 4.3.2 Etude de principe : approche à temps continu

#### 4.3.2.1 Stratégie de compensation

Pour estimer l'amplitude de la perturbation afin de pouvoir la compenser, on a recours à un observateur. Cet observateur est calculé pour des signaux perturbateurs s'appliquant sur les axes  $d$  et  $q$ . Il est positionné par rapport à la régulation principale en courant comme représenté sur le schéma de principe de la Figure 4.13. Pour cette première mise en place, une approche à temps continu est réalisée. En ce qui concerne la régulation principale en courant, elle sera représentée par trois correcteurs PI sur chacun des axes  $d$ ,  $q$  et  $f$ .

On utilise pour la machine une représentation d'état à temps continu également. La représentation d'état choisie pour cette étude est celle ayant pour vecteur d'état les flux



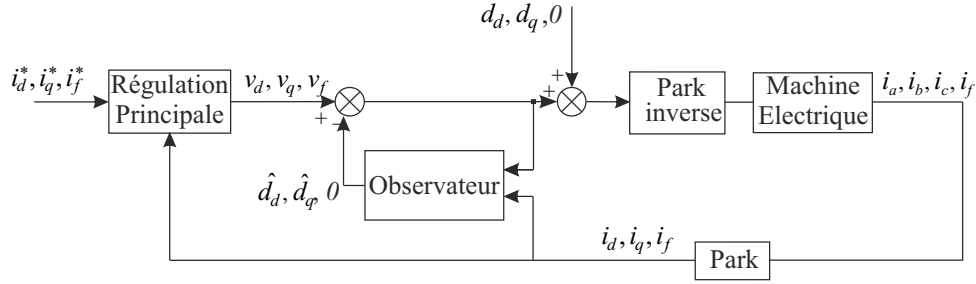


FIGURE 4.13 – Compensation de la perturbation grâce à un observateur

magnétiques, rappelée ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} X_2 &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d \beta} & \omega_e & \frac{R_s}{L_d} \frac{M_f}{\beta L_f} \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ \frac{R_f M_f}{\beta L_d L_f} & 0 & -\frac{R_f}{\beta L_f} \end{bmatrix} X_2 + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} U \\
 Y &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d \beta} & 0 & -\frac{M_f}{\beta L_d L_f} \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ -\frac{M_f}{\beta L_d L_f} & 0 & \frac{1}{\beta L_f} \end{bmatrix} X_2
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

#### 4.3.2.2 Perturbation constante

Dans un premier temps, une modélisation simple de la perturbation, permettant la mise en place du principe de la compensation, consiste à considérer que celle-ci est constante. Si la bande passante de l'observateur est suffisamment large, compenser cette perturbation constante permet de réduire l'effet d'une perturbation sur une bande de fréquences large comprenant l'harmonique que l'on cherche à réduire.

Une représentation d'état associée à un tel signal prend comme vecteur d'état  $X_p$  la perturbation sur chacun des axes  $d$  et  $q$  :

$$X_p = \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

Comme  $X_p$  est constant :

$$\dot{X}_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} X_p = A_p X_p \tag{4.10}$$

Dans ce cas, afin d'uniformiser les notations pour la suite, on définit également la matrice  $C_p = I_2$  telle que :

$$\begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} = C_p X_p \tag{4.11}$$

### 4.3.2.3 Équations de l'observateur à temps continu

Pour cette étude de principe, le choix est fait de calculer un observateur à temps continu par placement de pôles.

On utilise dans ce but la représentation d'état prenant comme vecteur d'état les flux présentée à l'équation 4.8. Il faut prendre en compte la perturbation dans la représentation d'état, ce sera fait comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 &= A_2 X_2 + B_2 \left( U + \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \\ 0 \end{bmatrix} \right) \\ Y &= C_2 X_2 \end{cases} \quad (4.12)$$

On peut définir :

$$B'_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

De telle sorte que :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 &= A_2 X_2 + B_2 U + B'_2 C_p X_p \\ Y &= C_2 X_2 \end{cases} \quad (4.14)$$

Comme les mesures disponibles sont celles relatives aux grandeurs de la machine, pour la mise en place de l'observateur, le vecteur d'état augmenté suivant est utilisé :

$$X_a = \begin{bmatrix} X_2 \\ X_p \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Par la suite, toute valeur estimée d'une grandeur  $x$  sera notée  $\hat{x}$ . L'observateur est représenté par :

$$\dot{\hat{X}}_a = \left[ \begin{array}{c|c} A_2 & B'_2 C_p \\ \hline 0 & A_p \end{array} \right] \hat{X}_a + \left[ \begin{array}{c} B_2 \\ 0 \end{array} \right] U + K (Y - \hat{Y}) \quad (4.16)$$

Soit comme  $\hat{Y} = C_2 \hat{X}_2 = [C_2 \ 0] \hat{X}_a$  :

$$\dot{\hat{X}}_a = \left[ \begin{array}{c|c} A_2 & B'_2 C_p \\ \hline 0 & A_p \end{array} \right] \hat{X}_a + \left[ \begin{array}{c} B_2 \\ 0 \end{array} \right] U + K (Y - \hat{Y}) \quad (4.17)$$

$$\dot{\hat{X}}_a = (A_a - K \begin{bmatrix} C_2 & 0 \end{bmatrix}) \hat{X}_a + B_a U + K Y \quad (4.18)$$

En notant :

$$A_a = \left[ \begin{array}{c|c} A_2 & B'_2 C_p \\ \hline 0 & A_p \end{array} \right] \text{ et } B_a = \left[ \begin{array}{c} B_2 \\ 0 \end{array} \right] \quad (4.19)$$

Le gain  $K$  sera calculé de façon à placer les pôles de  $(A_a - K [C_2 \ 0])$ .

Les pôles sont choisis de telle sorte que la dynamique de l'observateur soit environ une décade au-dessus de la fréquence étudiée. Il sera alors assez rapide pour estimer la

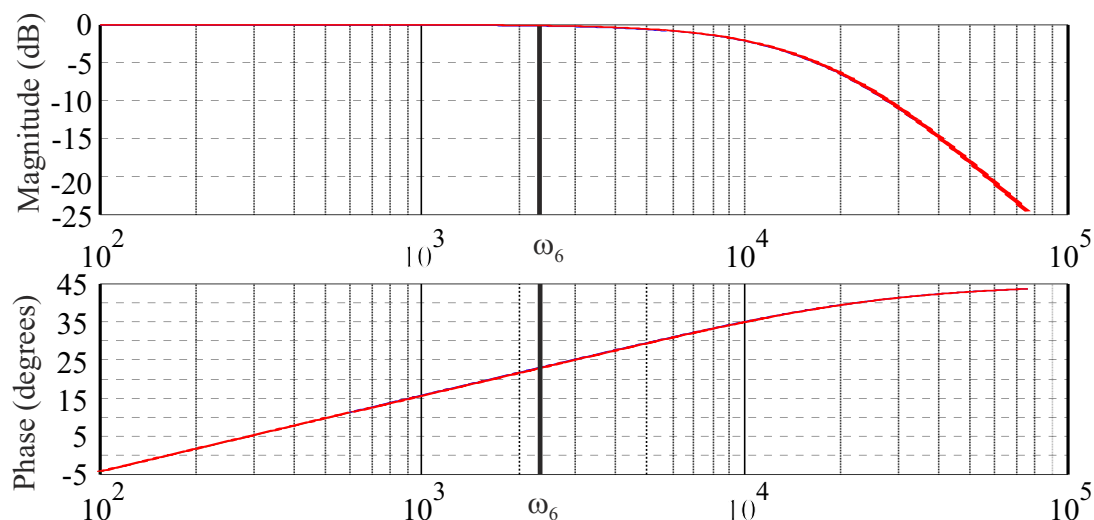


FIGURE 4.14 – Diagramme de Bode de la fonction de transfert entre la perturbation appliquée et la perturbation estimée par l’observateur

perturbation à la pulsation  $\omega_6$ , comme on peut le voir à la Figure 4.14. En effet, l’amplitude de la fonction de transfert entre la perturbation appliquée et celle estimée en sortie de l’observateur est de 1 à la pulsation  $\omega_6$ . Un déphasage de l’ordre de  $20^\circ$  à cette pulsation peut néanmoins être observé.

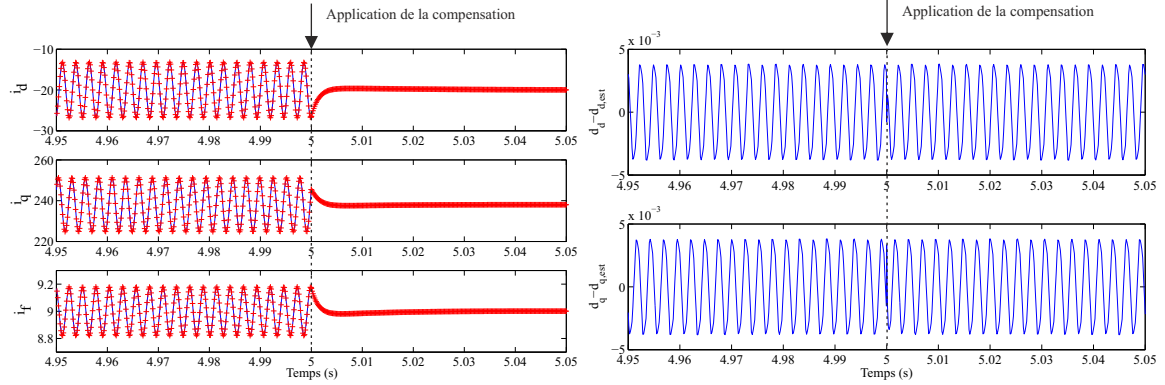
Les sorties de l’observateur ainsi calculé sont bien évidemment les perturbations estimées mais également l’estimation des différents courants afin de les comparer en temps réel aux mesures. Cela permettra de valider le bon fonctionnement de l’observateur lors des phases expérimentales.

#### 4.3.2.4 Validation du principe en simulation

Le bon fonctionnement de la compensation est vérifié en simulation sur un schéma correspondant à celui de la Figure 4.13 dans lequel les modèles de tous les éléments sont à temps continu. Le régulateur principal en courant est ici constitué de trois correcteurs PI positionnés sur chacun des axes de la machine. Un signal perturbateur externe correspondant au sixième harmonique est introduit en entrée de la machine ; son amplitude est de 15V sur chacun des axes  $d$  et  $q$ . Aucune perturbation n’est introduite sur l’axe  $f$ . Les courants de référence correspondent à ce qui peut être mesuré expérimentalement sur ce point de fonctionnement. La compensation est appliquée à  $t = 5s$ .

Les résultats de simulation sont présentés à la Figure 4.15. Les courants sur les trois axes, à la Figure 4.15 sont parfaitement estimés. L’application de la compensation produit l’effet attendu : les oscillations de courant sont quasiment supprimées. Toutefois, si l’on observe l’erreur entre le signal appliqué et le signal estimé, à la Figure 4.15b, on s’aperçoit qu’elle n’est pas nulle. Cela est lié au déphasage entre ces deux grandeurs.

On teste ensuite l’observateur à temps continu en simulation avec la régulation principale en courant telle qu’elle est utilisée expérimentalement. Le modèle de la machine est à temps continu. Le système est simulé avec une fréquence d’échantillonnage de 10 kHz. En appliquant la compensation directe, on s’aperçoit que le système bouclé est instable.



(a) Courants simulé (bleu) et estimé (rouge) (b) Différence entre perturbation appliquée et estimée

FIGURE 4.15 – Résultats de simulation pour la compensation analogique sur un schéma simplifié

Si un facteur proportionnel de 0,1 est appliqué sur la compensation, le système bouclé est stable. L'effet du bouclage sur les courants est montré à la Figure 4.16. Sur la vue temporelle, Figure 4.16a, on s'aperçoit que le contenu harmonique des courants augmente par l'application de la compensation. L'harmonique visé, à 400Hz, est réduit par la compensation comme on peut le voir Figure 4.16b. En revanche, on introduit un harmonique à 1200Hz dont le niveau est très élevé.

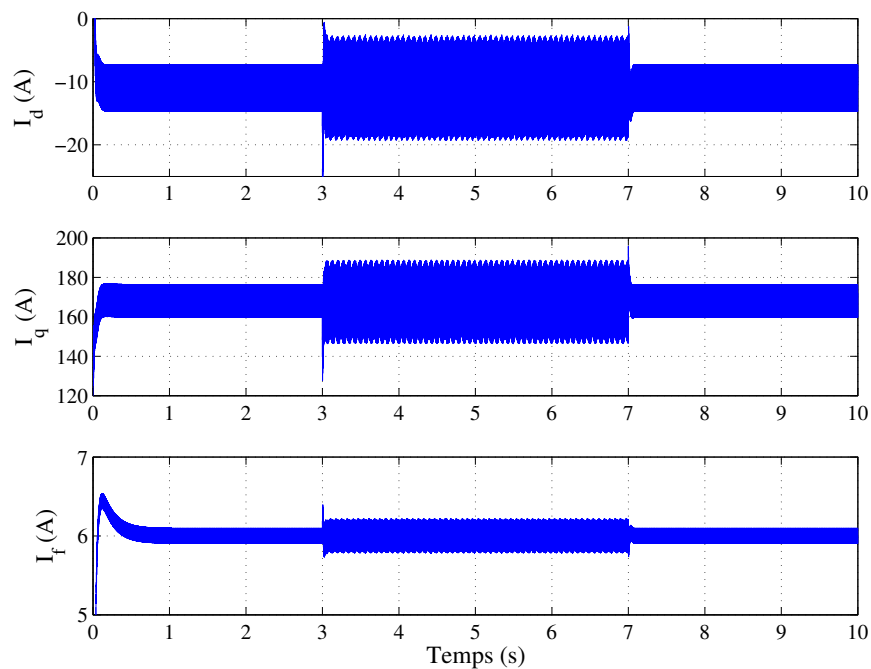
La compensation proposée avec un facteur de proportionnalité unitaire rend le système instable et ajoute des harmoniques de fréquences supérieures à la fréquence visée, même si le niveau de l'harmonique à 400Hz est réduit. C'est pourquoi le modèle et l'observateur doivent être améliorés.

### 4.3.3 Adaptation à la réalisation en temps discret

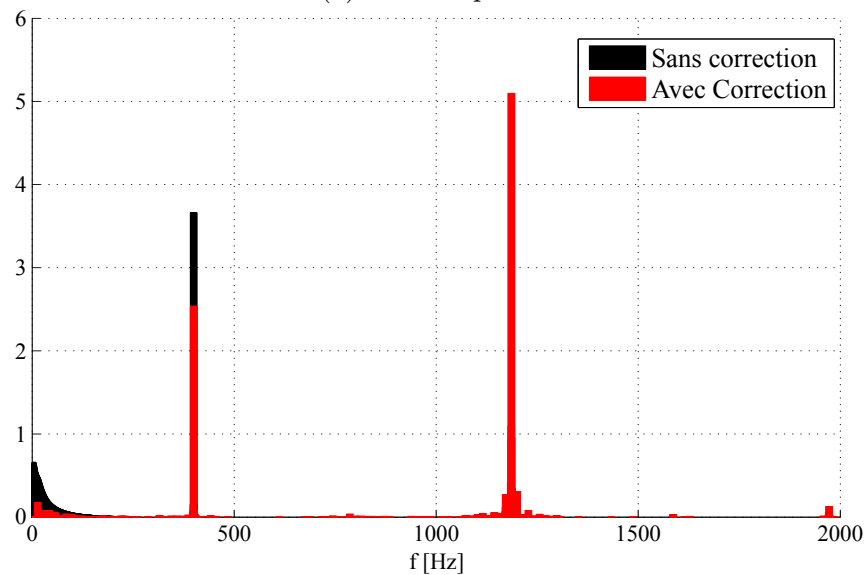
#### 4.3.3.1 Prise en compte des contraintes expérimentales

Lors de la mise en œuvre expérimentale de la compensation de perturbation, plusieurs contraintes surgissent. En particulier, la stratégie de compensation est implantée dans un environnement numérique, donc à temps discret. La synthèse à temps continu nécessite la discrétisation pour l'implantation en temps réel. Il semble donc plus adapté de la synthétiser directement en temps discret.

De plus, on a vu au Chapitre 3 que des retards apparaissent dans les chaînes de mesure et de commande, en plus des déphasages induits par les FAR utilisés sur les mesures des grandeurs électriques. L'ensemble des retards et déphasages doivent être pris en compte pour le calcul de l'observateur afin d'augmenter sa stabilité lors de l'utilisation sur banc d'essais.



(a) Vue temporelle



(b) Analyse de Fourier du courant sur l'axe  $d$

FIGURE 4.16 – Compensation de la perturbation avec l'observateur à temps continu

Le dernier point à aborder concerne le contenu spectral de la perturbation estimée. L'observateur qui vient d'être calculé estime une perturbation dont le contenu spectral est compris entre 0 et 500Hz environ. Cela pose deux problèmes :

- d'une part, en raison de cette conception, il a une action dans la bande passante du régulateur principal ;
- d'autre part, le niveau maximal admissible du signal de correction harmonique est limité par une saturation pour des raisons de maintien de la dynamique de la commande principale et de sécurité. Or, plus le signal de commande auxiliaire a un spectre étroit autour de  $\omega_6$ , plus son action est efficace pour un niveau de saturation donné.

La stratégie de compensation va donc être adaptée pour tenir compte de l'ensemble de ces contraintes.

#### 4.3.3.2 Perturbation sinusoïdale

Pour modéliser la perturbation, on va maintenant prendre en compte le fait qu'on cherche à réduire un harmonique de courant spécifique, l'harmonique  $C_6$ . On note sa pulsation  $\omega_6$ . Il semble donc raisonnable de considérer la perturbation comme sinusoïdale à la pulsation  $\omega_6$ .

Dans ce cas, on pose :

$$\begin{aligned} d_d &= D_{d0} \cos(\omega_6 t + \psi_d) \\ d_q &= D_{q0} \cos(\omega_6 t + \psi_q) \end{aligned} \quad (4.20)$$

Le vecteur d'état utilisé est alors :

$$X_p = \begin{bmatrix} D_{d0} \cos(\omega_6 t + \psi_d) \\ D_{d0} \sin(\omega_6 t + \psi_d) \\ D_{q0} \cos(\omega_6 t + \psi_q) \\ D_{q0} \sin(\omega_6 t + \psi_q) \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Et la représentation d'état devient :

$$\begin{cases} \dot{X}_p = \begin{bmatrix} 0 & \omega_6 & 0 & 0 \\ -\omega_6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_6 \\ 0 & 0 & -\omega_6 & 0 \end{bmatrix} X_p = A_p X_p \\ \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} X_p = C_p X_p \end{cases} \quad (4.22)$$

#### 4.3.3.3 Équations de l'observateur à temps discret

Pour améliorer les performances de la stratégie de compensation de l'harmonique de courant choisi et pour ne pas modifier les propriétés de la régulation principale dans la bande passante, on choisit de travailler sur une perturbation sinusoïdale à  $\omega_6$  telle qu'elle a été décrite à l'équation 4.22.

Les retards dans les chaînes de mesure et de commande sont ici modélisés par des retards discrets d'une période d'échantillonnage  $T_e = 10^{-4}$ s.

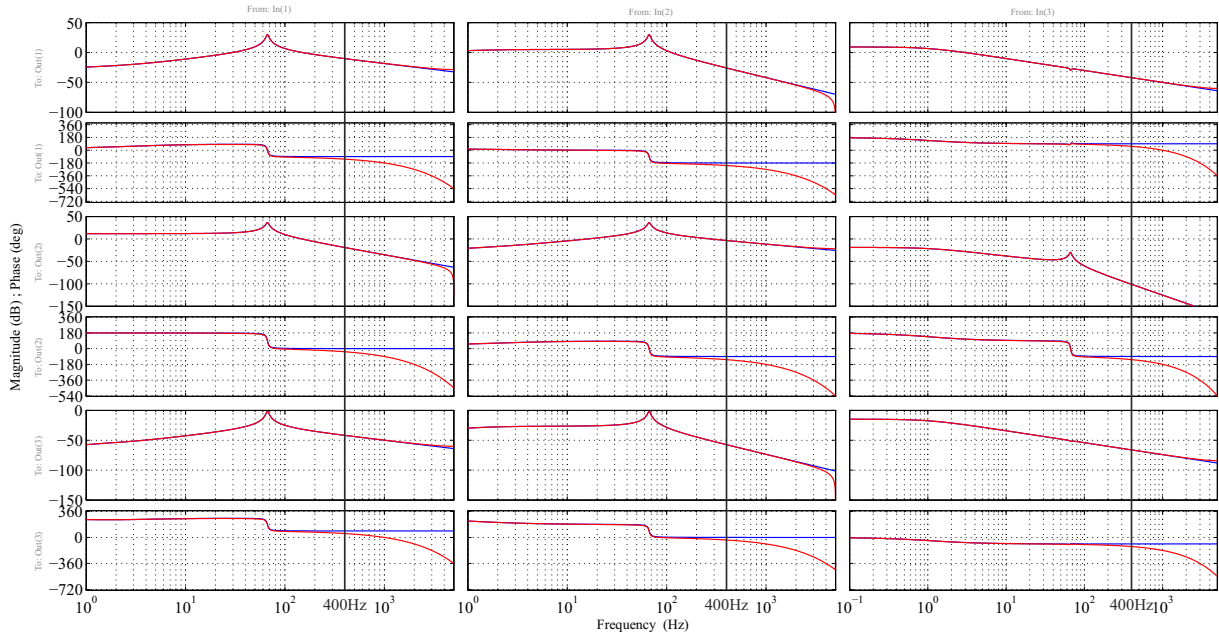


FIGURE 4.17 – Diagrammes de Bode du modèle analogique de la machine (bleu) et du modèle numérique prenant en compte les retards sur les mesures de courant et sur les tensions appliquées (rouge)

On utilise un modèle discret de la machine. Ce modèle est obtenu par discrétisation avec blocage des commandes à la cadence  $T_e$  du modèle à temps continu rappelé à l'Equation 4.8. Il est décrit par la représentation d'état discrète suivante :

$$\begin{cases} X_2[k+1] &= F_2 X_2[k] + G_2 U[k] + G'_2 C_p X_p[k] \\ Y[k] &= C_2 X_2[k] \end{cases} \quad (4.23)$$

Les retards qui sont pris en compte pour ce calcul sont décrits à la Figure 4.18. Leur intégration dans le modèle, avec les notations de la Figure 4.18, conduit à :

- $X_2[k] = [\phi_d[k] \ \phi_q[k] \ \phi_f[k]]^T$  le vecteur d'état à l'instant  $k$  ;
- $U[k] = V[k-1] + d[k]$  les tensions en entrée de la machine à l'instant  $k$  ;
- $Y[k] = [i_d[k] \ i_q[k] \ i_f[k]]^T$  les courants en sortie de la machine à l'instant  $k$ . Les courants mesurés dans ce cas correspondent à  $Y[k-1]$ .

Les diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre les tensions mesurées  $V[k]$  et les sorties mesurées  $Y[k-1]$  de la machine sont donnés à la Figure 4.17, comparativement aux diagrammes de Bode du modèle à temps continu de la machine sans les retards. Le modèle de la machine utilisé ici est un modèle numérique obtenu à partir du modèle à temps continu bloqué à la période d'échantillonnage  $T_e = 1 \times 10^{-4}$ s. Le déphasage entre les deux modèles est de l'ordre de  $35^\circ$  à 400Hz.

Le modèle à temps discret de la perturbation est décrit par :

$$\begin{cases} X_p[k+1] &= F_p X_p[k] \\ \begin{bmatrix} d_d[k] \\ d_q[k] \end{bmatrix} &= C_p X_p[k] \end{cases} \quad (4.24)$$

Il est obtenu par blocage du modèle continu d'une perturbation sinusoïdale. Un nouveau

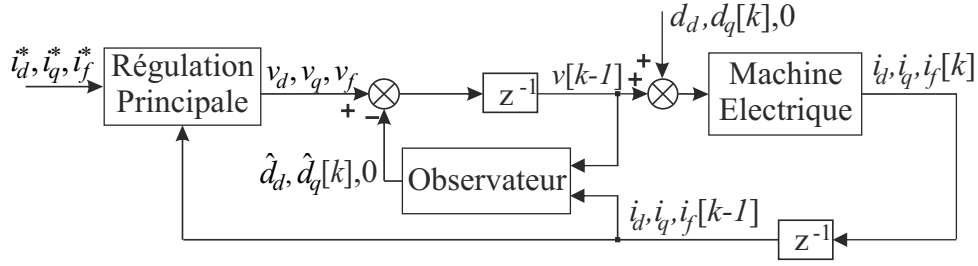


FIGURE 4.18 – Positionnement de l'observateur avec les retards

vecteur d'état doit être choisi pour tenir compte des retards, on prend :

$$X_a[k] = \begin{bmatrix} Y[k-1] \\ X[k] \\ X_p[k] \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

On peut alors écrire, en sachant que les entrées de la machine sont le vecteur  $V[k-1]$  :

$$X_a[k+1] = \begin{bmatrix} 0 & C_2 & 0 \\ 0 & F_2 & G'_2 C_p \\ 0 & 0 & F_p \end{bmatrix} X_a[k] + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{G_2}{G_2} \\ 0 \end{bmatrix} V[k-1] \quad (4.26)$$

Pour simplifier l'écriture on pose :

$$F_{11} = 0 \quad (4.27)$$

$$F_{12} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$F_{22} = \begin{bmatrix} F_2 & G'_2 C_p \\ 0 & F_p \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

$$G_1 = 0 \quad (4.31)$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} G_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

De telle sorte que :

$$\begin{bmatrix} Y[k] \\ X[k+1] \\ X_p[k+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y[k-1] \\ X[k] \\ X_p[k] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} V[k-1] \quad (4.33)$$

Pour estimer  $X_a$ , on peut écrire :

$$\hat{X}_a[k+1] = F_a \hat{X}_a[k] + G_a V[k-1] + K (Y[k-1] - \hat{Y}[k-1]) \quad (4.34)$$

où comme précédemment la matrice  $K$  permet le réglage de la dynamique de l'observateur.

Comme on mesure déjà  $Y$ , on peut réduire l'ordre de l'observateur en ne reconstituant que les variables d'état non mesurées. On pose pour la suite :

$$W[k] = \begin{bmatrix} X[k] \\ X_p[k] \end{bmatrix} - KY[k-1] \quad (4.35)$$



À l'instant  $k + 1$ ,  $W$  devient :

$$\begin{aligned} W[k+1] &= F_{21}Y[k-1] + F_{22} \begin{bmatrix} X[k] \\ X_p[k] \end{bmatrix} - K \left( F_{11}Y[k-1] + F_{12} \begin{bmatrix} X[k] \\ X_p[k] \end{bmatrix} \right) \\ &\quad + (G_2 - KG_1)V[k-1] \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned} &= (F_{22} - KF_{12}) \begin{bmatrix} X[k] \\ X_p[k] \end{bmatrix} + (F_{21} - KF_{11})Y[k-1] \\ &\quad + (G_2 - KG_1)V[k-1] + (F_{22} - KF_{12})KY[k-1] \\ &\quad - (F_{22} - KF_{12})KY[k-1] \end{aligned} \quad (4.37)$$

L'estimée  $\hat{W}$  de  $W$  est donc :

$$\begin{aligned} \hat{W}[k+1] &= (F_{22} - KF_{12})\hat{W}[k] + (G_2 - KG_1)V[k-1] \\ &\quad + (F_{21} - KF_{11} + F_{22}K - KF_{12}K)Y[k-1] \end{aligned} \quad (4.38)$$

On peut alors calculer une nouvelle matrice  $K$  de dimensions plus faibles que la précédente, qui permet de fixer la dynamique de l'observateur sur  $W$ .

Il suffit maintenant d'estimer  $\hat{W}$  puis d'en déduire  $\hat{X}_2$  et  $\hat{X}_p$ ; grâce à l'équation 4.35 on a :

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_2[k] \\ \hat{X}_p[k] \end{bmatrix} = \hat{W}[k] + KY[k-1] \quad (4.39)$$

L'observateur a ainsi un ordre plus faible que si on avait estimé directement  $\hat{X}_a$ , ce qui est avantageux pour une utilisation en temps réel sur banc d'essai.

Comme pour l'observateur à temps continu, la matrice  $K$  de l'observateur à temps discret sera calculé par placement de pôles.

Les sorties de l'observateur seront les estimées des perturbations et des courants. L'équation permettant de les calculer sera donc *a priori* :

$$\hat{Y}_a[k] = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_2[k] \\ \hat{X}_p[k] \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

Notons que dans ce cas, la perturbation estimée l'est à l'instant  $k$ . Or, avec le temps de retard sur la commande qu'implique le matériel (cf. Section 3.1.2), la perturbation à l'instant  $k$   $d_h[k]$  est dans ce cas compensée par son estimée à l'instant précédent  $\hat{d}_h[k-1]$ . Elle ne sera donc pas parfaitement compensée.

Une solution consiste à prédire la perturbation à l'instant suivant, en notant que :

$$Y_p[k+1] = C_p X_p[k+1] \quad (4.41)$$

$$= C_p F_p X_p[k] \quad (4.42)$$

On choisit donc plutôt pour calculer  $\hat{Y}_a[k]$  :

$$\hat{Y}_a[k] = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_p F_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_2[k] \\ \hat{X}_p[k] \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

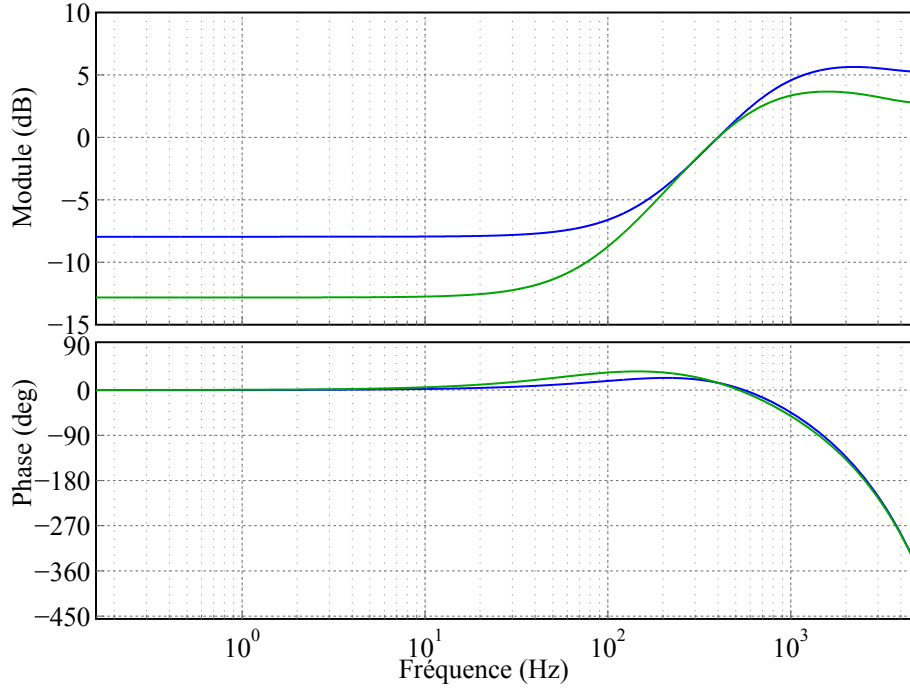


FIGURE 4.19 – Diagramme de Bode des fonctions de transfert entre la perturbation appliquée et la perturbation estimée  $d_d$  vers  $\hat{d}_d$  (bleu) et  $d_q$  vers  $\hat{d}_q$  (vert)

Finalement, les équations de l'observateur sont :

$$\begin{cases} \hat{W}[k+1] &= (F_{22} - KF_{12})\hat{W}[k] + (G_2 - KG_1)V[k-1] \\ &\quad + (F_{21} - KF_{11} + F_{22}K - KF_{12}K)Y[k-1] \\ \begin{bmatrix} \hat{Y}[k] \\ \hat{Y}_p[k+1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_p F_p \end{bmatrix} \hat{W}[k] + \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C_p F_p \end{bmatrix} KY[k-1] \end{cases} \quad (4.44)$$

Les pôles de l'observateur sont choisis suffisamment rapides par rapport à la fréquence visée pour la compensation tout en restant inférieurs à la fréquence d'échantillonnage. Ils seront ajustés au fil des essais réalisés.

Les diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre les perturbations appliquées et estimées sont données à la Figure 4.19. À 400Hz, le gain de ces deux fonctions de transfert est de 1, ce qui signifie qu'on estime correctement l'amplitude de la perturbation. Un déphasage subsiste sur chacun des deux axes, il est lié à la prédiction introduite pour compenser le temps de retard sur la commande.

Les diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre la perturbation appliquée et les courants en sortie de la machine sont donnés à la Figure 4.20. On constate sur ces figures que les fonctions de transfert entre  $d_d$  et  $i_d$  et entre  $d_q$  et  $i_q$  ne sont pas affectées dans la bande passante de la régulation principale. Le gain à 400Hz de la fonction de transfert est fortement réduit par l'application de la compensation. Théoriquement, la mise en place de la compensation devrait donc permettre une plus grande réduction de l'harmonique de courant à 400Hz que la régulation  $H_\infty$ . En revanche, les gains des fonctions de transfert croisées entre la perturbation  $d_d$  et le courant  $i_q$  ainsi qu'entre la perturbation  $d_q$  et le courant  $i_d$  sont augmentés.

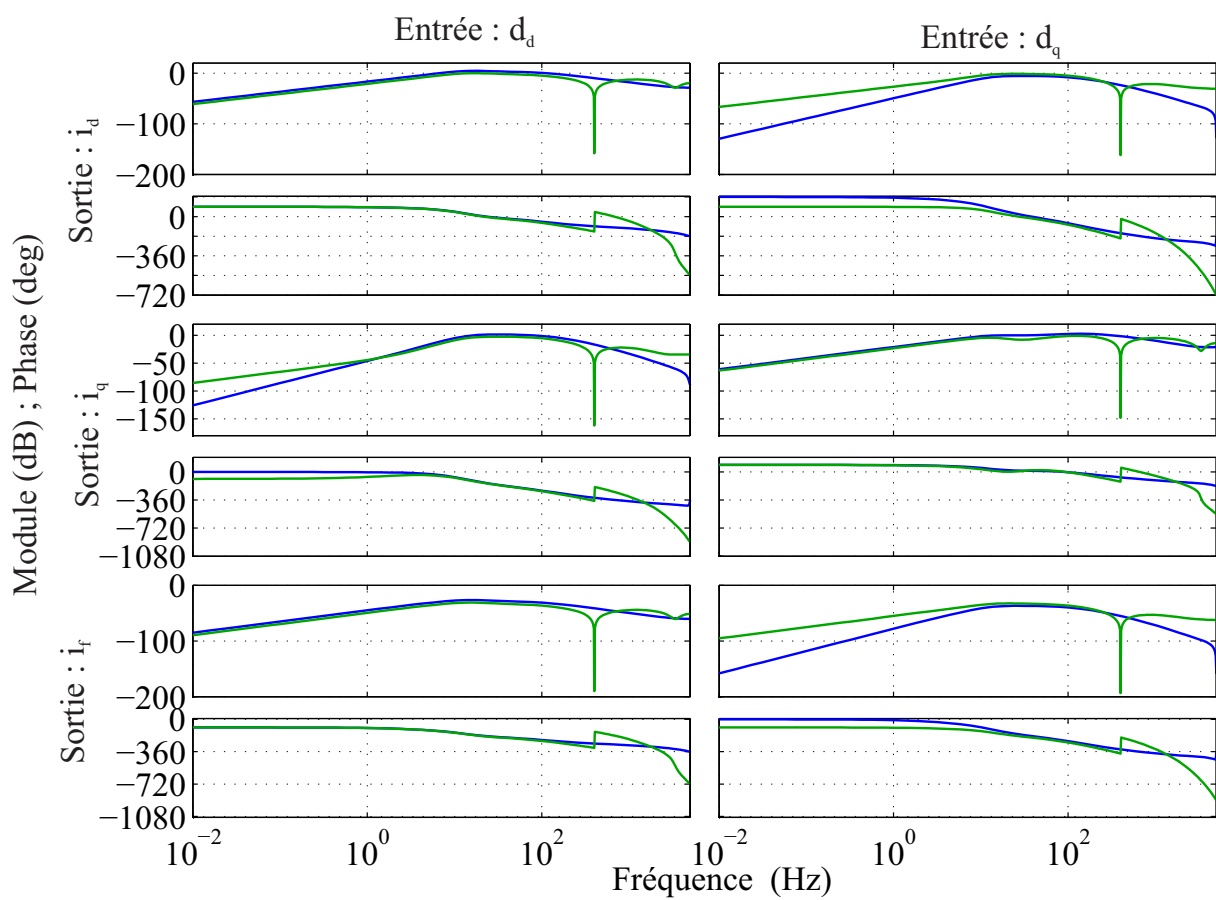


FIGURE 4.20 – Diagramme de Bode des fonctions de transfert entre la perturbation appliquée et les courants avec (vert) et sans (bleu) compensation

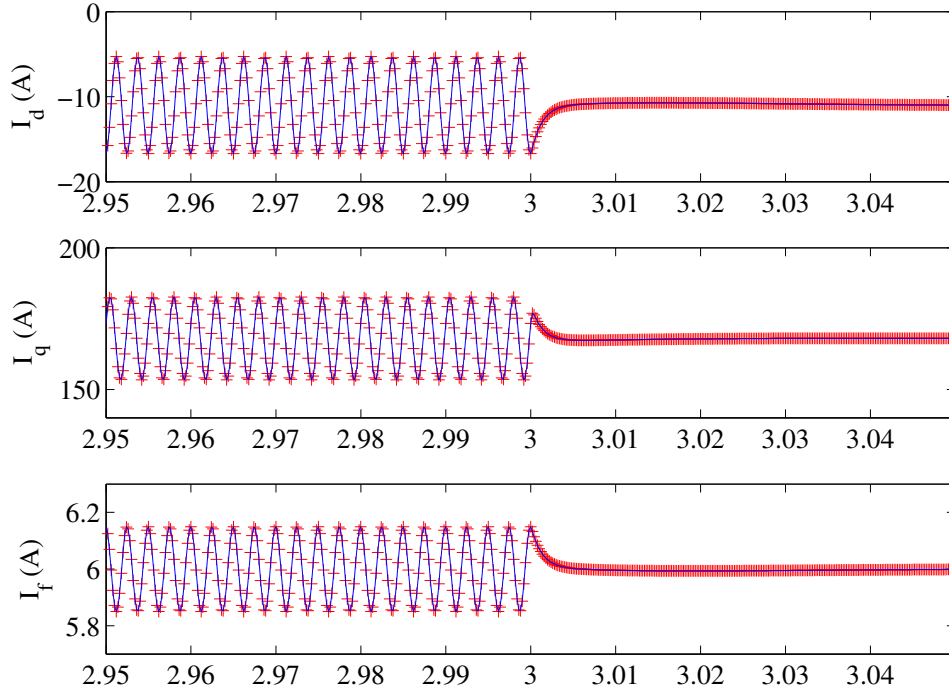


FIGURE 4.21 – Courants avec et sans compensation :  $i_d$  (haut),  $i_q$  (milieu) et  $i_f$  (bas) pour l'observateur à temps discret

#### 4.3.3.4 Validation en simulation

Pour valider les stratégies et les observateurs précédemment calculés, les conditions sont les mêmes que pour la loi de commande calculée par synthèse  $H_\infty$ . Une perturbation sinusoïdale à 400Hz est introduite en amont de la machine. Les retards dans les chaînes de mesure et de commande sont également pris en compte.

On cherche à valider le bon fonctionnement de l'observateur discret. Sur le résultat présenté à la Figure 4.21, on constate que l'harmonique de courant visé est bel et bien supprimé par l'injection de la compensation, sans problème de stabilité ou de gain apparaissant lors de la simulation. La perturbation appliquée est parfaitement estimée par l'observateur.

Au vu des diagrammes de Bode des fonctions de transfert entre perturbations appliquées et courants et au vu des simulations temporelles, la compensation de perturbation au moyen d'un observateur semble pouvoir donner de meilleurs résultats que la régulation par commande  $H_\infty$ .

## 4.4 Analyse de robustesse

### 4.4.1 Évaluation des marges de stabilité garanties

On utilise la  $\mu$ -analyse pour évaluer les marges de stabilité garanties en entrée et en sortie du système bouclé par la commande  $H_\infty$ . On considère le gain (ou la phase) comme une incertitude multiplicative intervenant sur l'entrée (ou la sortie) de la machine. Cette incertitude est positionnée, selon la marge que l'on veut calculer, comme sur la Figure 4.22.

Dans chaque cas, on calcule la fonction de transfert  $M(s)$  du système grisé sur chacune des Figures 4.22a à 4.22d entre les sorties  $V$  de  $\Delta(s)$  et ses entrées  $W$ .

D'après le théorème du petit gain généralisé pour la  $\mu$ -analyse, si  $M(s)$  n'a que des pôles à partie réelle négative, le système bouclé est stable pour toute incertitude  $\Delta(s)$  telle que  $\|\Delta(s)\|_\infty < \alpha$  si et seulement si :

$$\forall \omega, \mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega)) \leq \frac{1}{\alpha} \quad (4.45)$$

Par conséquent, pour chaque  $M(j\omega)$ , on cherche un majorant  $\bar{\mu}$  de  $\mu_{\underline{\Delta}}(M(j\omega))$ . Celui-ci peut-être obtenu de façon numérique grâce à un logiciel adapté.

Pour calculer les marges de gain, on choisit :

$$\Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix}, \delta_{i,i \in 1,2,3} \in \mathbb{R} \quad (4.46)$$

Les marges de gain sont alors :

- Pour la modélisation multiplicative directe :  $\left] 1 - \frac{1}{\bar{\mu}}; 1 + \frac{1}{\bar{\mu}} \right[$
- Pour la modélisation multiplicative inverse :  $\left] \frac{1}{1+\bar{\mu}^{-1}}; \frac{1}{1-\bar{\mu}^{-1}} \right[$

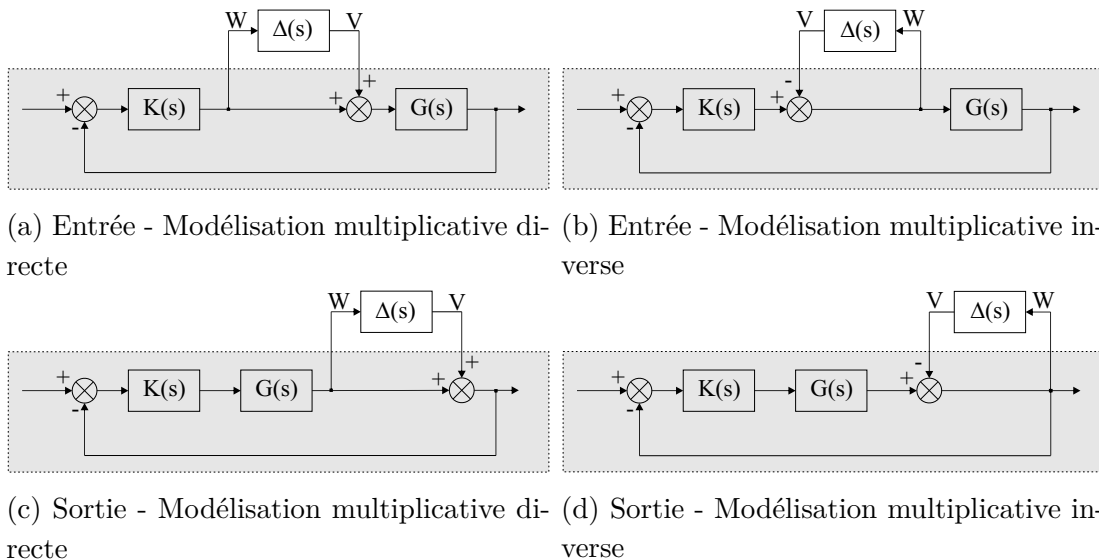


FIGURE 4.22 – Incertitude multiplicative pour une boucle comprenant un correcteur  $K(s)$  et un procédé  $G(s)$

Les marges de gain du système sont calculées par la réunion des deux intervalles obtenus par les deux modélisations.

Pour le calcul des marges de phase, la matrice d'incertitudes  $\Delta$  est choisie diagonale complexe et les marges de phase sont :

$$\Delta\phi = \pm 2 \arcsin \left( \frac{1}{2\bar{\mu}} \right) \quad (4.47)$$

Comme pour les marges de gain, on prendra la marge de phase la plus grande fournie par les deux modélisations directe et inverse.

#### 4.4.2 Analyse de la robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques

Ne connaissant pas parfaitement les paramètres de la machine, il faut s'assurer que le système bouclé par le correcteur  $H_\infty$  restera stable si ces paramètres varient. On considère que l'intégralité des résistances et inductances nominales de la machine sont mal connues. On peut toutefois définir un majorant et un minorant pour chacune de ces valeurs.

La vitesse de la machine est également sujette à variations. Il s'agit toutefois d'une entrée de la régulation principale utilisée pour le découplage des tensions. C'est pourquoi ce sujet est plus délicat et nous considérerons la vitesse électrique comme fixe pour cette analyse.

La représentation d'état utilisée pour l'étude des incertitudes paramétriques est celle prenant les flux comme vecteur d'état, Équation 2.90, que l'on rappelle ici :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d\beta} & \omega_e & \frac{R_s}{L_d}\frac{M_f}{\beta L_f} \\ -\omega_e & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ \frac{R_f M_f}{\beta L_d L_f} & 0 & -\frac{R_f}{\beta L_f} \end{bmatrix} X_2 + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} U \\ Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d\beta} & 0 & -\frac{M_f}{\beta L_d L_f} \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ -\frac{M_f}{\beta L_d L_f} & 0 & \frac{1}{\beta L_f} \end{bmatrix} X_2 \end{cases}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} \phi_d \\ \phi_q \\ \phi_f \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Où  $\beta = 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f}$ .

On remarque que  $\beta$  dépend de façon non linéaire de  $L_d$ ,  $L_f$  et  $M_f$ . Afin de faciliter l'étude, on considèrera que  $\beta$  est un paramètre à lui seul, dont on connaît un minorant et un majorant. Par ailleurs, plutôt que de prendre les variations des inductances propres et de  $\beta$ , on choisit d'étudier les variations de leurs inverses afin d'avoir des relations linéaires en leurs incertitudes. Ainsi, l'ensemble des incertitudes prises en compte est :

$$\begin{cases} L_d &= L_{d0} + \delta L_d \times L_{d1} \\ L_q &= L_{q0} + \delta L_q \times L_{q1} \\ L_f &= L_{f0} + \delta L_f \times L_{f1} \\ M_f &= M_{f0} + \delta M_f \times M_{f1} \\ R_s &= R_{s0} + \delta R_s \times R_{s1} \\ R_f &= R_{f0} + \delta R_f \times R_{f1} \\ \beta &= \beta_0 + \delta\beta \times \beta_1 \end{cases} \quad (4.49)$$

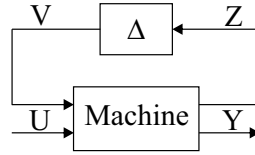


FIGURE 4.23 – Prise en compte des incertitudes paramétriques

Les incertitudes  $\delta$  doivent être regroupées au sein d'une matrice diagonale  $\Delta$  disposée comme Figure 4.23. Cette matrice  $\Delta$  doit être, dans la mesure du possible, de taille minimale. Ses entrées  $Z = [z_1 \dots z_n]^T$  ainsi que ses sorties  $V = [v_1 \dots v_n]^T$  sont définies grâce à la représentation d'état de la machine.

Après calculs, détaillés à l'Annexe B, un choix possible consiste à prendre  $\Delta \in \mathbb{R}^{12 \times 12}$ . Les vecteurs  $V$  et  $Z$  sont alors de taille 14, leurs composantes sont notées  $v_{i,i \in [1..14]}$  et  $z_{i,i \in [1..14]}$  et leurs définitions sont résumées au Tableau 4.1. Avec ces notations, les équations différentielles de la machine s'écrivent alors de la façon suivante :

$$\frac{d\phi_d}{dt} = v_d - \frac{R_{s0}}{L_{d0}\beta_0} \left( \phi_d - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (\phi_f - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right) + \frac{v_5}{L_{d0}\beta_0} + \omega_e \phi_q \quad (4.50)$$

$$\frac{d\phi_q}{dt} = v_q - \omega_e \phi_d - \frac{R_{s0}}{L_{q0}} (\phi_q - v_6) + \frac{v_7}{L_{q0}} \quad (4.51)$$

$$\frac{d\phi_f}{dt} = v_f + \frac{R_{f0}}{L_{f0}\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (\phi_d - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - \phi_f - v_{10} - v_{11} \right) + \frac{1}{L_{f0}\beta_0} v_{12} \quad (4.52)$$

Et les sorties de la machine sont, avec les nouvelles variables d'entrée et de sortie :

$$i_d = \frac{1}{L_{d0}\beta_0} \left( \phi_d - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (\phi_f - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right) \quad (4.53)$$

$$i_q = \frac{R_s}{L_{q0}} (\phi_q - v_6) \quad (4.54)$$

$$i_f = -\frac{1}{L_{f0}\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (\phi_d - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - \phi_f - v_{10} - v_{11} \right) \quad (4.55)$$

La matrice  $\Delta$  ainsi construite est diagonale :

$$\Delta = \text{diag} \{ \delta L_f, \delta M_f, \delta \beta, \delta L_d, \delta R_s, \delta L_q, \delta R_s, \delta L_d, \delta M_f, \delta \beta, \delta L_f, \delta R_f \} \quad (4.56)$$

On choisit d'implanter les nouvelles équations sous la forme d'une représentation d'état afin de pouvoir l'analyser, comme cela a été fait précédemment pour l'évaluation des marges de gain et de phase. Les entrées et les sorties du système deviennent, en accord avec le schéma de la Figure 4.23 :

$$U' = \begin{bmatrix} v_1 & \dots & v_{14} & v_d & v_q & v_f \end{bmatrix}^T \quad (4.57)$$

$$Y' = \begin{bmatrix} z_1 & \dots & z_{14} & i_d & i_q & i_f \end{bmatrix}^T \quad (4.58)$$

Le vecteur d'état demeure  $[\phi_d \ \phi_q \ \phi_f]^T$ . L'intégralité de la représentation d'état ne sera pas détaillée ici mais s'obtient sans problème à partir des équations précédentes et du Tableau 4.1.

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| $z_1 = \frac{L_{f1}}{L_{f0}} (x_3 - v_1)$  | $v_1 = \delta L_f z_1$         |
| $z_2 = M_{f1} (x_3 - v_1)$   | $v_2 = \delta M_f z_2$         |
| $z_3 = \frac{\beta_1}{\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 \right)$              | $v_3 = \delta \beta z_3$       |
| $z_4 = \frac{L_{d1}}{L_{d0}} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right)$          | $v_4 = \delta L_d z_4$         |
| $z_5 = R_{s1} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right)$                         | $v_5 = \delta R_s z_5$         |
| $z_6 = \frac{L_{q1}}{L_{q0}} (x_2 - v_6)$  | $v_6 = \delta L_q z_6$         |
| $z_7 = R_{s1} (x_2 - v_6)$   | $v_7 = \delta R_s z_7$         |
| $z_8 = \frac{L_{d1}}{L_{d0}} (x_1 - v_8)$  | $v_8 = \delta L_d z_8$         |
| $z_9 = M_{f1} (x_1 - v_8)$   | $v_9 = \delta M_f z_9$         |
| $z_{10} = \frac{\beta_1}{\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} \right)$        | $v_{10} = \delta \beta z_{10}$ |
| $z_{11} = \frac{L_{f1}}{L_{f0}} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right)$ | $v_{11} = \delta L_f z_{11}$   |
| $z_{12} = R_{f1} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right)$                | $v_{12} = \delta R_f z_{12}$   |

TABLE 4.1 – Récapitulatif des incertitudes

### 4.4.3 Analyse de la robustesse pour les lois de commande proposées

#### 4.4.3.1 Marges de stabilité garanties pour les trois stratégies

Pour l'évaluation des marges de gain et de phase garanties pour les systèmes bouclés par les stratégies proposées, on utilise un schéma dont les caractéristiques sont les suivantes :

- le modèle de la machine est le modèle nominal à temps continu ;
- le modèle utilisé pour la régulation principale en courant est un modèle à temps continu obtenu par interpolation indicielle du modèle à temps discret ;
- les FAR ont la même fonction de transfert à temps continu que les FAR utilisés expérimentalement ;
- les retards dans la chaîne de commande sont modélisés en utilisant une approximation de Pade à l'ordre 1 :

$$e^{-sT_e} = \frac{1 - \frac{T_e}{2}s}{1 + \frac{T_e}{2}s} \quad (4.59)$$

- pour les stratégies de réduction d'harmonique à temps discret, on utilise un modèle continu obtenu par interpolation indicielle du modèle discret.

Les marges de phase et de gain garanties pour les différentes stratégies sont données au Tableau 4.2.

Les marges de gain et de phase garanties sont peu affectées par le bouclage avec la régulation  $H_\infty$ . Le système reste stable lors du bouclage, propriété intrinsèque de la régulation  $H_\infty$ .

La compensation affecte quant à elle beaucoup plus les marges de stabilité, même si les marges garanties restent correctes. Le système bouclé par la stratégie de compensation, notamment par celle calculée en temps discret, sera plus facilement déstabilisé.



|                     | Marge de gain   | Marge de phase    |
|---------------------|-----------------|-------------------|
| Sans correction     | $]0,066; 8,34[$ | $\pm 50,6^\circ$  |
| $H_\infty$          | $]0,065; 5,73[$ | $\pm 42,9^\circ$  |
| Observateur continu | $]0,28; 1,72[$  | $\pm 27,2^\circ$  |
| Observateur discret | $]0,56; 1,23[$  | $\pm 17,15^\circ$ |

(a) Marges en entrée

|                     | Marge de gain    | Marge de phase    |
|---------------------|------------------|-------------------|
| Sans correction     | $]0,036; 8,44[$  | $\pm 50,6^\circ$  |
| $H_\infty$          | $]0,0364; 5,86[$ | $\pm 42,9^\circ$  |
| Observateur continu | $]0,43; 1,567[$  | $\pm 27,2^\circ$  |
| Observateur discret | $]0,55; 1,44[$   | $\pm 17,15^\circ$ |

(b) Marges en sortie

TABLE 4.2 – Marges de stabilité garanties en entrée et en sortie du système, avec et sans compensation

| Paramètre | Valeur nominale                  | Variation                       |
|-----------|----------------------------------|---------------------------------|
| $L_d$     | $2,425 \times 10^{-3} \text{ H}$ | $1,75 \times 10^{-4} \text{ H}$ |
| $L_q$     | $6,955 \times 10^{-4} \text{ H}$ | $9,55 \times 10^{-5} \text{ H}$ |
| $L_f$     | $1,685 \text{ H}$                | $0,325 \text{ H}$               |
| $M_f$     | $4,40 \times 10^{-2} \text{ H}$  | $9,0 \times 10^{-3} \text{ H}$  |
| $R_s$     | $0,1\Omega$                      | $0,09\Omega$                    |
| $R_f$     | $6\Omega$                        | $1\Omega$                       |

TABLE 4.3 – Valeurs nominales et variations des paramètres de la machine pour l'analyse de robustesse vis-à-vis des incertitudes

#### 4.4.3.2 Robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques

Pour déterminer les valeurs minimales et maximales des inductances, on utilise les cartographies obtenues par calcul éléments-finis ainsi que la dispersion des courants pouvant être mesurée expérimentalement. On dispose d'un grand nombre de mesures prises à des instants différents, après des durées de fonctionnement variables. Pour chacun d'eux, on calcule la valeur moyenne des courants  $i_d$ ,  $i_q$  et  $i_f$  puis on en déduit les valeurs des inductances correspondantes. Cela nous permet d'obtenir un majorant et un minorant réalistes vis-à-vis du point de fonctionnement étudié. La résistance statorique  $R_s$ , qui en pratique regroupe la résistance des enroulements du stator et celle de la chaîne de puissance, est quant à elle comprise entre  $0,01\Omega$  et  $0,19\Omega$ , ce qui englobe sa valeur nominale et les valeurs que l'on peut trouver lors de l'identification. Il en va de même pour la résistance au rotor, qu'on choisit comprise entre  $5\Omega$  et  $7\Omega$ . Les différentes valeurs sont résumées au Tableau 4.3.

Pour vérifier si le système bouclé est robuste aux incertitudes paramétriques dans le cadre de la commande avec le régulateur  $H_\infty$  et la compensation au moyen d'un observateur les minorants et les majorants des valeurs d'inductances sont déterminés :

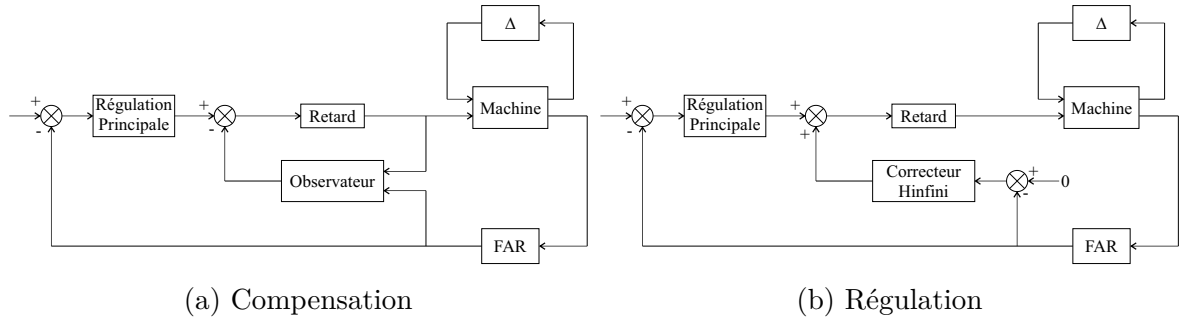


FIGURE 4.24 – Schémas utilisés pour l'analyse de robustesse vis-à-vis des incertitudes de paramètres pour la compensation et la régulation

|                              | $\ \Delta\ _{\infty, \max}$ |
|------------------------------|-----------------------------|
| Sans correction              | 1, 19                       |
| $H_{\infty}$                 | 1, 13                       |
| Compensation à temps continu | 0, 3                        |
| Compensation à temps discret | 0, 23                       |

TABLE 4.4 – Résultats numériques pour la robustesse du système bouclé par les différentes stratégies vis-à-vis des variations paramétriques

- pour un couple compris entre 50Nm et 100Nm ;
- à un régime de 2000 tr/min.

Pour réaliser cette analyse, on utilise les schémas de principe de la Figure 4.24. Dans ce cadre, on utilise un modèle à temps continu de la régulation principale en courant obtenu par interpolation indicielle d'un modèle discret du régulateur utilisé expérimentalement. Le modèle de la machine est analogique. Les retards de commande sont modélisés en utilisant des approximations de Pade à l'ordre 1 :

$$e^{-sT_e} = \frac{1 - \frac{T_e}{2}s}{1 + \frac{T_e}{2}s} \quad (4.60)$$

Les FAR ont la même fonction de transfert que les FAR utilisés expérimentalement.

Les résultats de l'analyse pour les systèmes bouclés par les différentes stratégies sont données au Tableau 4.4. Ces résultats sont comparés au système commandé uniquement par la régulation principale. On observe que :

- sur la plage de valeurs choisie pour les paramètres, le système reste stable si on applique la correction harmonique calculée par synthèse  $H_{\infty}$  ;
- le bouclage avec la régulation  $H_{\infty}$  affecte peu la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques ;
- le bouclage avec l'une ou l'autre des stratégies de compensation peut déstabiliser le système si les inductances et résistances s'écartent de celles du modèle nominal.

## 4.5 Comparaison : résultats expérimentaux

L'objectif de cette section est de comparer les résultats obtenus au banc vibratoire présenté au Chapitre 3 pour chacune des lois de commande présentées ci-dessus. Pour chacun des essais, le procédé est le suivant : on place la machine au point de fonctionnement souhaité, on active sur les axes  $d$  puis  $q$ , puis on désactive le bouclage de la régulation NVH.

Étant donné le caractère numérique de l'implantation sur ordinateur pour les essais, les stratégies qui n'ont pas été conçues directement à temps discret, c'est-à-dire le régulateur calculé par synthèse  $H_\infty$  et l'observateur à temps continu pour la stratégie de compensation, ont été discrétisées. Cette discrétisation a été réalisée au moyen d'un bloqueur d'ordre 0 à une période d'échantillonnage  $T_e = 2 \times 10^{-4}$ s. Cette période d'échantillonnage est fixée par le système utilisé pour le prototypage.

Les évolutions temporelles des harmoniques de vibrations et de courants ont été tracées en prenant le niveau moyen de l'harmonique sur une période de 0,03s. Cela qui correspond à un tour de la machine à une vitesse de rotation de 2000tr/min.

### 4.5.1 Résultats expérimentaux pour la commande H-infini

L'impact du bouclage par le correcteur calculé par synthèse  $H_\infty$  sur les harmoniques de courant est présenté à la Figure 4.25. Rappelons que l'harmonique de courant  $C_6$  dans le repère de Park provient des harmoniques  $C_5$  et  $C_7$  dans le repère triphasé. L'évolution de ces harmoniques sur l'un des courants triphasés montre une réduction de 15dB de l'amplitude du  $C_5$  et de 2dB de l'amplitude du  $C_7$ .

Cette diminution des harmoniques de courant se traduit d'un point de vue vibratoire. L'évolution temporelle de l'harmonique vibratoire  $H_{12}$ , déterminée par la mesure des accélérations aux points considérés, est montrée à la Figure 4.26 pour des capteurs situés sur la carcasse de la machine et au réducteur. Selon l'accéléromètre, le niveau de l'harmonique  $H_{12}$  est diminué de 10dB environ. L'accéléromètre n°8 montre une augmentation de 2dB environ de l'harmonique vibratoire  $H_{24}$ . Néanmoins, on ne retrouve pas cette augmentation sur l'ensemble des mesures d'accéléromètre au stator, ni sur l'accéléromètre placé au réducteur.

### 4.5.2 Résultats expérimentaux pour l'observateur à temps continu

La compensation est ici effectuée grâce à une perturbation estimée via l'observateur à temps continu présenté précédemment. Une instabilité a été relevée lors de l'utilisation de cet observateur, limitée par l'introduction d'un gain de 0,1 sur les compensations appliquées au système. Notons par ailleurs que cet observateur a été calculé et utilisé sur un point de fonctionnement légèrement différent de celui évoqué précédemment, à 1900 tr/min et 150Nm. De plus, les conditions expérimentales ne sont pas les mêmes que pour les autres stratégies testées. Ainsi :

- on dispose pour cet essai d'une mesure du courant rotorique ;
- au stator, une seule mesure a été réalisée, l'accéléromètre étant positionné sur un point considéré comme référence pour l'ensemble des mesures vibratoires réalisées

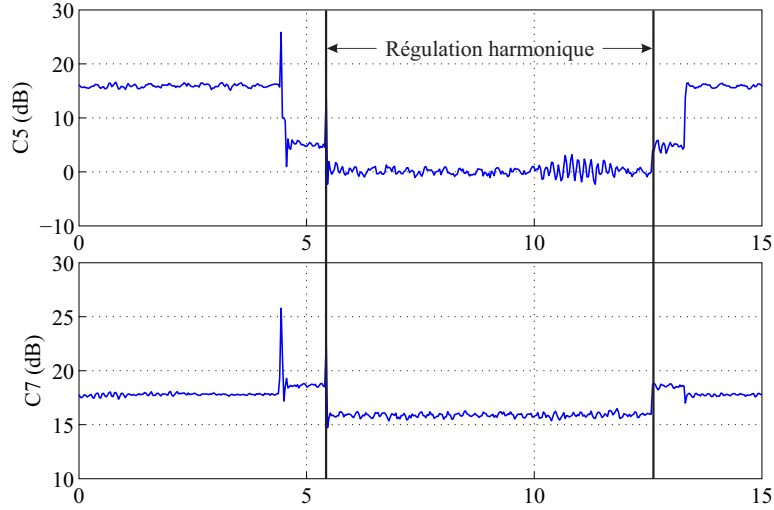
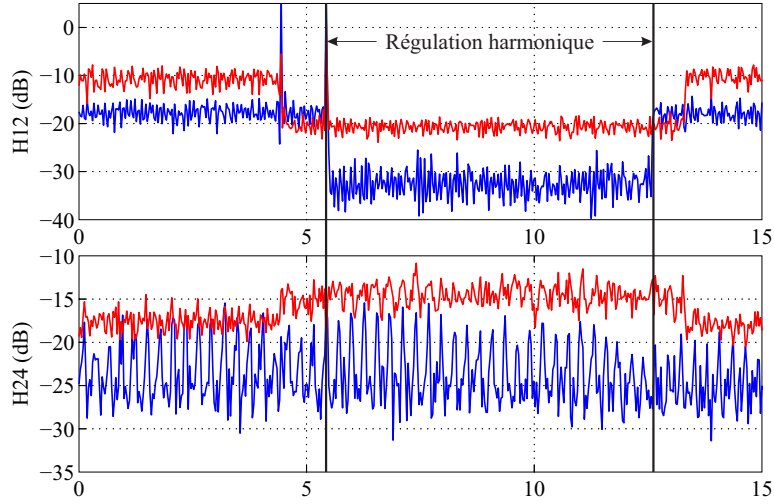
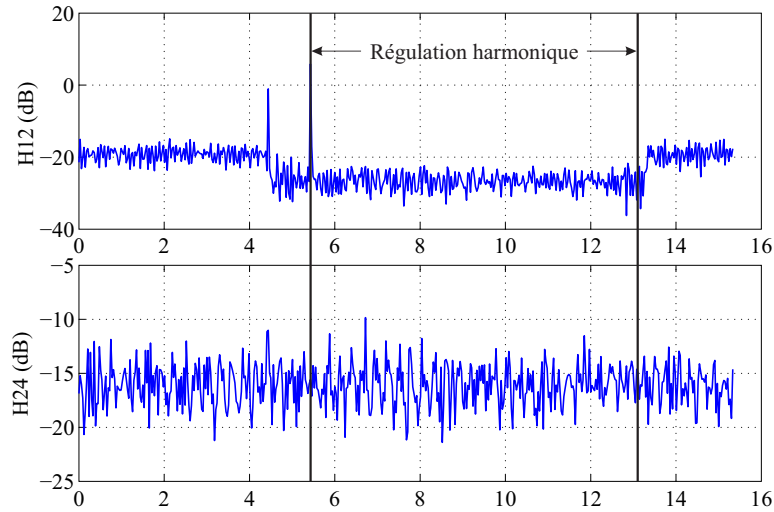


FIGURE 4.25 – Evolution des harmoniques 5 (à 333Hz) et 7 (à 467Hz) du courant  $i_a$  (en triphasé) avec et sans régulation  $H_\infty$



(a) Accéléromètres 1 (en bleu) et 8 (en rouge)



(b) Accéléromètres placé au réducteur

FIGURE 4.26 – Evolution de l'harmonique vibratoire  $H_{12}$  à 400Hz (haut) et  $H_{24}$  à 800Hz (bas) avec et sans régulation harmonique par le correcteur  $H_\infty$

sur machines électriques dans le service ;

- un accéléromètre est également placé sur le réducteur de la machine ;
- des essais ont pu être réalisés en chambre semi-anéchoïque, permettant de disposer de mesures acoustiques ;
- on ne dispose des niveaux d'harmoniques pour les différentes grandeurs que toutes les 0,3s.

L'évolution des harmoniques  $C_5$  et  $C_7$  de courant lors du bouclage de la compensation est montrée à la Figure 4.27a. L'harmonique  $C_5$  diminue de 5dB environ lors de la fermeture de la boucle de compensation, tandis que l'harmonique  $C_7$  n'évolue pas. L'harmonique de courant  $C_6$  correspondant au rotor est montré à la Figure 4.27b. La compensation de la perturbation permet de diminuer son amplitude de 4dB, alors que l'axe  $f$  n'est pas visé initialement par la compensation.

Ces résultats sur les harmoniques de courant se traduisent d'un point de vue vibratoire, comme on peut le voir à la Figure 4.28. L'amplitude de l'harmonique  $H_{12}$  est diminuée d'environ 12dB, au réducteur comme sur la carcasse de la machine, ce qui est très encourageant. Le niveau de l'harmonique  $H_{24}$  n'est quant à lui pas modifié, et surtout pas augmenté, ce qui était le cas avec les méthode utilisées dans les études précédentes [16].

Le bruit émis par la machine électrique a été mesuré à l'aide de microphones. Les harmoniques 12 et 24 ont été extraits des signaux mesurés et leur évolution est représentée à la Figure 4.29. Le niveau de l'harmonique 12 de bruit a été diminué de 6dB, quand celui de l'harmonique 24 n'a pas été modifié. Les objectifs en termes de réduction d'harmoniques de bruit de la machine peuvent donc être atteints par la méthode proposée.

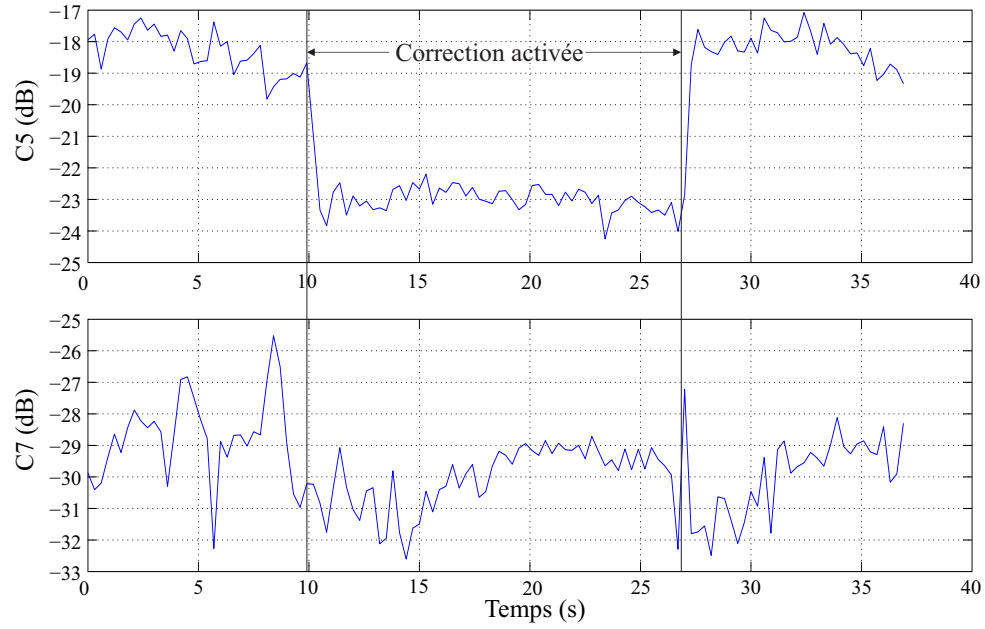
### 4.5.3 Résultats expérimentaux pour l'observateur à temps discret

On étudie ici les résultats expérimentaux issus de la compensation de perturbation par un observateur à temps discret, qui estime l'amplitude d'une perturbation sinusoïdale.

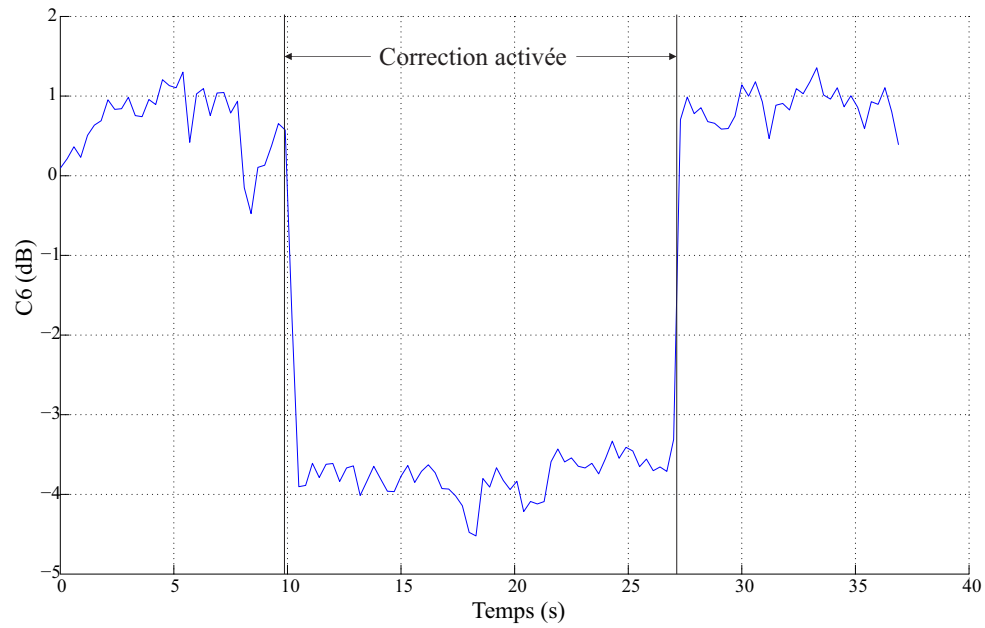
Le bouclage par l'observateur ayant présenté des instabilités, un facteur multiplicatif de 0,1 a été appliqué sur la compensation afin d'éviter d'atteindre les saturations du système et afin de conserver un système bouclé stable.

L'évolution des harmoniques  $C_5$  et  $C_7$  de courant est présentée à la Figure 4.30. On observe une diminution de 17dB environ sur l'harmonique  $C_5$  et l'harmonique  $C_7$  est cette fois-ci lui aussi diminué, d'environ 12dB.

Cette réduction des harmoniques de courant se répercute d'un point de vue vibratoire. On peut voir à la Figure 4.31 que l'harmonique  $H_{12}$  est réduit d'environ 10dB sur la carcasse et d'environ autant sur le réducteur.

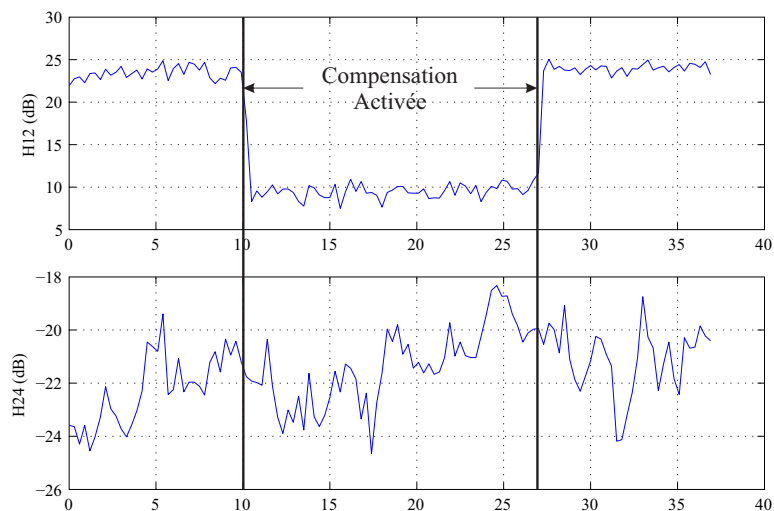


(a)  $C_5$  (333Hz) et  $C_7$  (466Hz) au stator

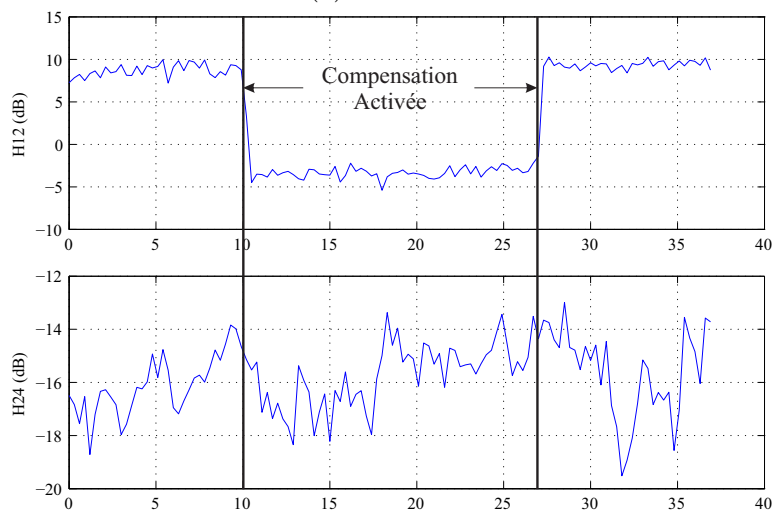


(b)  $C_6$  au rotor

FIGURE 4.27 – Évolution des harmoniques de courant lors du bouclage avec la compensation à temps continu



(a) Au stator



(b) au réducteur

FIGURE 4.28 – Harmoniques vibratoires 12 (380Hz) et 24 (760Hz) au stator et au réducteur avec et sans bouclage avec la compensation à temps continu

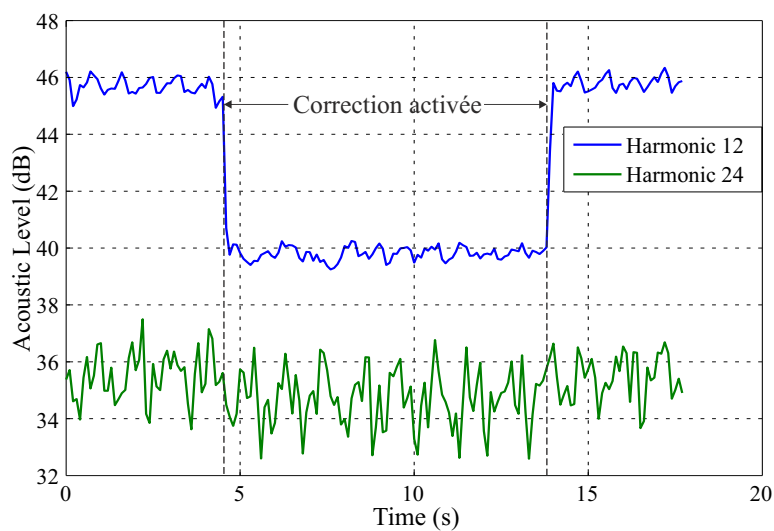


FIGURE 4.29 – Harmoniques acoustiques 12 et 24 pour la compensation à temps continu

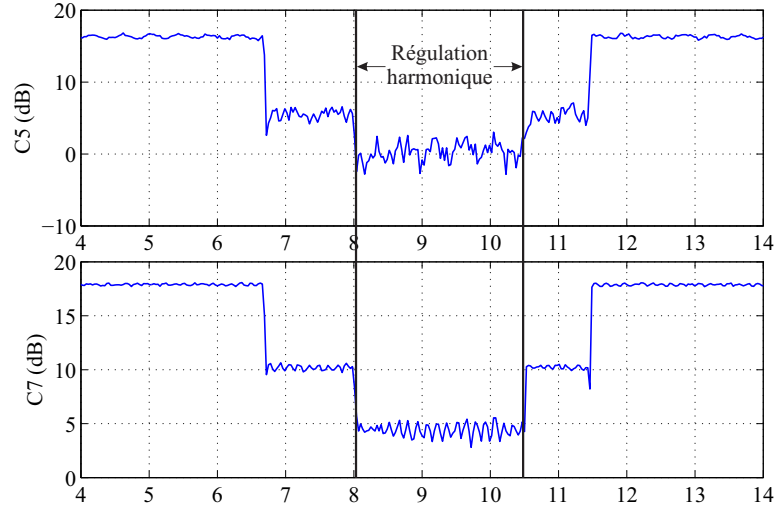


FIGURE 4.30 – Harmoniques 5 et 7 de courant (en triphasé) avec et sans compensation à temps discret

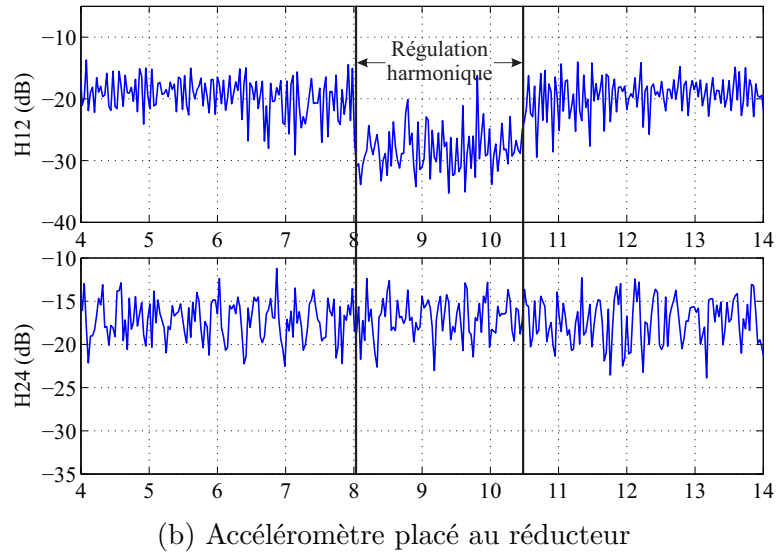
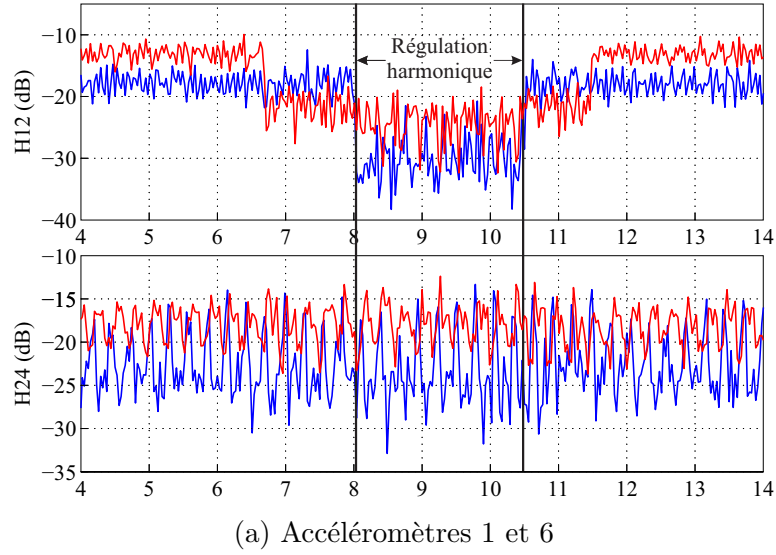


FIGURE 4.31 – Evolution des harmoniques vibratoires  $H_{12}$  (haut) et  $H_{24}$  (bas) avec et sans compensation à temps discret



|            |          | $H_\infty$ | Observateur<br>continu | Observateur<br>discret |
|------------|----------|------------|------------------------|------------------------|
| Courant    | $C_5$    | -15dB      | -5dB                   | -17dB                  |
|            | $C_7$    | -3dB       | 0dB                    | -12dB                  |
| Vibrations | $H_{12}$ | -10dB      | -12dB                  | -10dB                  |
|            | $H_{24}$ | 0dB/+2dB   | 0dB                    | 0dB                    |

#### 4.5.4 Conclusion

Différentes stratégies de commande pour la réduction d'harmoniques spécifiques de courant ont été présentées ici. Toutes ces stratégies ont été mises en place dans une boucle de régulation secondaire. Parmi elles, on retrouve la synthèse  $H_\infty$  d'une loi de commande et la compensation d'une perturbation sinusoïdale de fréquence donnée grâce à son estimation par un observateur.

L'harmonique de courant visé par ces différentes stratégies a pu être réduit de façon conséquente quelle que soit la stratégie utilisée. On peut vérifier que l'harmonique vibratoire correspondant est également réduit, ce qui confirme les hypothèses qui ont été faites dans les premiers chapitres.

Les stratégies de compensation et de régulation donnent des résultats similaires en termes de réduction des vibrations. Les meilleurs résultats en termes de stabilité sont ceux donnés par le correcteur calculé par synthèse  $H_\infty$ . Même si ce correcteur est difficile à régler, c'est la solution qui pourra être retenue par la suite.

Les deux stratégies présentées montrent un potentiel important de la stratégie de commande pour la réduction d'harmoniques vibratoire spécifiques au travers de la réduction d'harmoniques de courant. Néanmoins, la stratégie de compensation doit encore être ajustée afin de garantir la stabilité.

# Chapitre 5

## Conclusions et perspectives

### 5.1 Conclusions

Ce mémoire a présenté la synthèse des travaux de thèse portant sur la mise en place de stratégies de commande visant à la réduction active des vibrations des machines électriques alternatives dans un objectif de limitation des bruits acoustiques induits par ces vibrations. Le cadre d'application est celui d'une machine synchrone à rotor bobiné intégrée dans des groupes motopropulseurs électriques, pour la traction automobile.

Le premier chapitre a présenté une étude bibliographique visant à mettre en évidence l'origine des bruits dans un véhicule électrique et les diverses solutions pour les réduire. Le bruit d'origine électromagnétique émis par les machines électriques a été étudié plus en détails, ainsi que ses sources.

Cela a amené à envisager plusieurs solutions pour réduire ce bruit :

- par le choix de la structure mécanique et son dimensionnement géométrique
- en agissant sur l'électronique de puissance
- par la mise en place de lois de commande adaptées.

Au vu de l'état de l'art, il a été décidé la mise en place de lois de commande visant à réduire d'une façon active les harmoniques de courant pouvant être responsables de vibrations par l'excitation des modes propres de la carcasse de la machine.

Dans le Chapitre 2, la modélisation mécanique du stator d'une machine électrique a tout d'abord été présentée.

Cela a permis de comprendre les phénomènes vibratoires se produisant sous l'effet des forces électromagnétiques présentes dans la machine. Cette étude a mis en évidence l'importance des efforts radiaux dans l'excitation de la structure mécanique du rotor et a fourni des relations permettant de prédéterminer les fréquences propres à partir des caractéristiques géométriques du stator, de sa masse et des caractéristiques des matériaux.

D'un point de vue numérique, les prédéterminations effectuées ont mis en évidence des fréquences caractéristiques de 1 kHz à quelques kHz. Cependant au regard de la fréquence de commande de 10kHz, le spectre de fréquences sur lequel il sera possible d'agir est limité à environ 2 kHz.

La chaîne de commande « classique » d'une machine électrique est organisée autour des boucles de courant en raison de l'interprétation de la volonté du conducteur lors de l'appui sur la pédale d'accélération comme une demande de couple.

L'analyse vibratoire a mis en évidence l'importance particulière des harmoniques de courant 5 et 7 (dans le repère  $abc$ ) sur le comportement vibratoire de la machine. Les boucles de courant d'une machine électrique s'appuyant sur la transformation de Park, l'utilisation de cette transformation se traduit par des changements au niveau du contenu harmonique des différentes grandeurs (tensions, courants) entre les repères  $dq$  et  $abc$ . L'étude effectuée au Chapitre 2 analyse les relations entre les contenus harmoniques dans les repères  $dq$  et  $abc$  et montre que la fréquence importante à limiter, ramenée dans le plan  $dq$ , est l'harmonique 6 en veillant à ne pas augmenter en même temps l'harmonique 12. Cette dernière contrainte a comme objectif de limiter l'excitation des harmoniques vibratoires 12 et 24<sup>1</sup>.

Enfin, la régulation principale en couple et en courant de la machine électrique a été présentée en utilisant le modèle nominal électrique de la machine étudiée dans le repère de Park. La prise en compte des caractéristiques principales de cette régulation est nécessaire à la synthèse de la loi de commande complémentaire, visant à limiter le contenu harmonique des courants autour des fréquences propres du rotor. Les contraintes du cahier des charges imposent à cette régulation de ne pas modifier le comportement de la régulation principale dans sa bande passante.

Les premières analyses expérimentales ont montré la nécessité :

- de valider les propriétés issues de l'analyse du modèle de la structure mécanique ;
- valider le modèle de synthèse ;
- de caractériser la chaîne de commande dont les retards éventuels sont sources d'instabilité en raison des bandes passantes importantes.

Ces études ont été présentées au Chapitre 3 en utilisant un banc destiné à l'analyse acoustique des groupes moto-propulseurs. Les propriétés vibratoires ont été analysées par sonnage au marteau de choc et en analysant les signaux issus de capteurs accélérométriques disposés sur le stator de la machine.

Lors des essais effectués au marteau de choc, l'analyse du spectre des signaux d'accélération obtenus a montré que :

- les fréquences observées correspondent à celles obtenues analytiquement et au moyen d'un calcul par éléments finis ;
- on retrouve en plus d'autres modes propres provenant de divers éléments du GMP (par exemple le boîtier d'électronique de puissance).

Les sonagrammes obtenus lors de montées en régime ont permis de mettre en évidence :

- des harmoniques vibratoires prépondérants (notamment l'harmonique 12) ;
- les modes de structure ;
- des harmoniques de courant (dans le repère  $abc$ ) aux mêmes fréquences que les harmoniques vibratoires dont les origines sont l'électronique de puissance et éventuellement des variations d'inductance.

Pour la validation des modèles de synthèse, une identification a été effectuée en utilisant les tensions dans le repère  $d-q$  mais sans utiliser le découplage des axes qui aurait permis d'obtenir une structure d'identification plus simple. En effet, l'implantation en temps réel impose les contraintes suivantes :

---

1. La différence de numérotation est liée au nombre de paires de pôles de la machine

- la boucle complémentaire doit être ajoutée en sortie du régulateur principal, soit après le bloc de découplage ;
- l'implantation de la fonction de découplage nécessite par ailleurs la connaissance des valeurs des différentes inductances qu'on cherche à valider.

L'identification selon des approches de type variable instrumentale et moindres carrés généralisés (méthodes justifiées par l'importance du bruit de mesure relevé expérimentalement) amène les commentaires suivants :

- les valeurs de résistance sont plus élevées que celles escomptées théoriquement (augmentation avec la température et on peut supposer également que la résistance des semi-conducteurs a une influence) ;
- les réponses fréquentielles des modèles obtenus sont cohérentes avec celles attendues, avec des amortissements plus élevés que ceux déterminés théoriquement. Un amortissement plus important est par ailleurs cohérent avec des résistances plus élevées.

Les lois de commande destinées à la réduction d'harmoniques de courant à l'origine de vibrations ont été abordées selon deux axes :

- en utilisant un régulateur parallèle qui vient compléter la régulation principale en ajoutant une variation sur la grandeur de commande  $u(t) = u_{\text{principale}} + u_{NVH}$ . La synthèse du régulateur parallèle, dont la sortie est  $u_{NVH}$ , a été effectuée en utilisant une optimisation  $H_\infty$  ;
- en interprétant l'origine des perturbations comme la réponse à un signal harmonique externe, puis en le compensant par une estimation obtenue au moyen d'un observateur. Cette structure mène également d'une façon implicite à une boucle secondaire déterminée d'une façon différente à celle de la première approche.

L'approche utilisant la régulation  $H_\infty$  conduit à des atténuations de 10 dB du niveau vibratoire de l'harmonique 12, tout en garantissant un certain niveau de robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. La difficulté de cette approche réside dans le réglage des filtres de pondération qui reste délicat. Ce réglage est sensible en particulier au conditionnement numérique des modèles.

L'approche de compensation du signal perturbateur en utilisant son estimation au moyen d'un observateur conduit, d'une part, à des meilleurs résultats théoriques, d'autre part à un réglage plus facile. Toutefois la boucle implicite créée par cette structure est moins robuste vis-à-vis des incertitudes paramétriques. Pour assurer la stabilité de la boucle seule, une compensation partielle a été utilisée, diminuant en conséquence l'atténuation du niveau de l'harmonique vibratoire obtenue expérimentalement.

La synthèse des lois de commande a été complétée par une analyse de robustesse vis-à-vis des incertitudes sur les paramètres caractéristiques des modèles de la machine : inductances et résistances. Cette analyse a confirmé les observations effectuées expérimentalement, en particulier la moindre de robustesse de la structure avec observateur comparativement à celle obtenue par synthèse  $H_\infty$ . Cette étude pourrait être encore complétée au regard de la variation de vitesse.

Les performances et la validité des deux approches ont été confirmées expérimentalement en utilisant une machine synchrone et un banc dédiés. Il faut cependant que certaines limites dues aux retards de commande (induits par le système de commande

en temps réel) soient repoussées, ce qui permettrait une amélioration supplémentaire des performances, en utilisant une réalisation matérielle spécifique.

## 5.2 Perspectives

Les résultats obtenus sont encourageants et leur implantation sur véhicule peut être envisagée sereinement même si certaines extensions peuvent déjà être prévues. Ainsi plusieurs perspectives peuvent être proposées pour ces travaux.

La première perspective que l'on peut proposer est l'adaptation des lois de commande proposées à la vitesse du véhicule. Cette adaptation est importante pour l'implantation en temps réel, d'une part, pour assurer la limitation du phénomène vibratoire selon les différentes fréquences susceptibles d'être excitées, d'autre part, pour garantir un niveau de robustesse suffisant. L'approche {observateur+compensation} pourrait se révéler, dans ce contexte, mieux adaptée que l'approche par régulation  $H_\infty$ . Pour l'approche par régulation  $H_\infty$  en effet, la variation des paramètres rend le problème de synthèse difficile et la réalisation peut également être délicate. La synthèse  $H_\infty$  peut être envisagée selon une approche de type LPV en considérant la vitesse comme un paramètre variant.

La phase de réglage en utilisant l'approche {observateur+compensation} peut être envisagée globalement. Les problèmes observés proviennent du fait que la compensation est faite indépendamment du réglage de l'observateur. Un axe de travail pour assurer la robustesse serait de considérer la compensation dès la phase de réglage des gains de l'observateur. La difficulté de cette approche est que le problème peut être interprété comme un problème de synthèse par retour de sorties dont la solution n'est pas unique.

Du point de vue des structures de commande, un axe de recherche prometteur est l'utilisation d'une commande adaptative selon les approches utilisées pour le contrôle actif de bruit. Ces structures sont organisées autour d'un schéma de commande par modèle interne complété par un algorithme adaptatif en vue de minimiser un signal d'erreur (dans ce contexte le contenu harmonique des courants de la machine). L'intérêt de cette approche est de ne pas considérer directement la fréquence du signal perturbateur et de pouvoir s'adapter à un large spectre de signaux perturbateurs. Cependant, le réglage de l'algorithme d'adaptation peut se révéler délicat et la convergence n'est pas garantie. La formulation dans un contexte multivariable peut aussi se révéler complexe.

Enfin, une voie à explorer est l'introduction d'une boucle externe à partir de mesures accélérométriques du stator de la machine. Bien qu'introduisant une complexité plus importante d'un point de vue tant algorithmique que matériel, cette structure offre des perspectives intéressantes en introduisant un retour directement à partir du niveau vibratoire de la machine. La nécessité d'un développement d'un modèle dynamique, en prenant comme entrées les courants et comme sorties les niveaux vibratoires (au travers des mesures d'accélération du stator), ouvre également de perspectives sur les travaux dans l'intégration des couplages entre efforts électromagnétiques et du niveau vibratoire pour le développement d'un modèle dynamique.

# Bibliographie

- [1] Shuichi ADACHI and Hisashi SANO. Modeling, control and experiment of a feedback active noise control system for free sound fields. *JSME international journal. Series C, Mechanical systems, machine elements and manufacturing*, 45(2) :409–416, 2002.
- [2] Amine Ait-Hammouda. *Pré-dimensionnement et étude de sensibilité vibro-acoustique de machines à courant alternatif et à vitesse variable*. PhD thesis, École Centrale de Lille, 2005.
- [3] M.W. Arab, E. Godoy, I. Bahri, M. Hilairret, P.G. Estebanez, and S.A. Randi. Current controller for switched reluctance motors using pole placement approach. In *Electric Machines Drives Conference (IEMDC), 2013 IEEE International*, pages 1119–1125, May 2013.
- [4] M.W. Arab, X. Rain, M. Hilairret, P.G. Estebanez, H. Hannoun, and C. Marchand. Design of an enhanced adaptive hybrid controller for switched reluctance motors. In *Industrial Electronics Society, IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE*, pages 6602–6607, Nov 2013.
- [5] Thilo Bein, Stephen Elliott, Leonardo Ferralli, Mauro Casella, Jens Meschke, Ernst-Ulrich Saemann, Finn-Kryger Nielsen, and Wolfgang Kropp. Integrated solutions for noise & vibration control in vehicles. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 48(0) :919 – 931, 2012. Transport Research Arena 2012.
- [6] M. Bekemans. *Modélisation des machines électriques en vue du contrôle des efforts radiaux*. PhD thesis, Université Catholique de Louvain, 2006.
- [7] Walid Belgacem, Alain Berry, and Patrice Masson. Active vibration control on a quarter-car for cancellation of road noise disturbance. *Journal of sound and vibration*, 331(14) :3240–3254, 2012.
- [8] Claude BERGMANN and Jean-Paul LOUIS. Commande numérique des machines synchrones. (ref. article : d3644), 1999. fre.
- [9] R. Bojoi, G. Griva, M. Guerriero, F. Farina, F. Profumo, and V. Bostan. Improved current control strategy for power conditioners using sinusoidal signal integrators in synchronous reference frame. In *Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual*, volume 6, pages 4623–4629 Vol.6, June 2004.
- [10] Simone Buso, Luigi Malesani, and Paolo Mattavelli. Comparison of current control techniques for active filter applications. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 45(5) :722–729, 1998.

- [11] J. Callahan and H. Baruh. A closed-form solution procedure for circular cylindrical shell vibrations. *International Journal of Solids and Structures*, pages 2973–3013, 1998.
- [12] F. Camus, M. Basi, and B. Multon. Prédiction des vibrations du stator d’une machine à réluctance variable en fonction du courant absorbé. *Journal de Physique III*, 7 :387–404, 1997.
- [13] S. L. Capitaneanu. *Optimisation de la fonction MLI d’un onduleur de tension deux-niveaux*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2002.
- [14] S. L. Capitaneanu, B. de Fronel, M. Fadel, and F. Jadot. On the acoustic noise radiated by PWM AC motor drives. *Automatika*, 44 :137–145, 2003.
- [15] B. Cassoret. *Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau*. PhD thesis, Université d’Artois, 1996.
- [16] T. Charpentier. Rapport de stage de fin d’études - réduction des niveaux vibratoires du moteur électrique synchrone 5AGEN3 par la commande électrique. Master’s thesis, Supélec, 2011.
- [17] Jordan Cheer. *Active Control of the Acoustic Environment in an Automobile Cabin*. PhD thesis, University of Southampton, Faculty of Engineering and the Environment, Institute of Sound and Vibration Research, 2012.
- [18] P. Chidamparam and A.W. Leissa. Influence of centerline extensibility on the in-plane free vibrations of loaded circular arches. *Journal of Sound and Vibration*, 183(5) :779–795, 1995.
- [19] Jong-Woo Choi and Seung-Ki Sul. Inverter output voltage synthesis using novel dead time compensation. *Power Electronics, IEEE Transactions on*, 11(2) :221–227, 1996.
- [20] Gilles Duc. *Commande robuste multivariable*. Supélec, 2003.
- [21] European Environment Agency. Most carmakers must further improve carbon efficiency by 2015.
- [22] D. Franck, M. van der Giet, and K. Hameyer. Active reduction of audible noise exciting radial force-density waves in induction motors. In *Electric Machines and Drives Conference (IEMDC), 2011 IEEE International*, pages 1213–1318, 2011.
- [23] A Garcia-Cerrada, P Roncero-Sanchez, P Garcia-Gonzalez, and V Feliu-Batlle. Detailed analysis of closed-loop control of output-voltage harmonics in voltage-source inverters. In *Electric Power Applications, IEE Proceedings-*, volume 151, pages 734–743. IET, 2004.
- [24] P. Granjon. *Contribution à la compensation active des vibrations des machines électriques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000.
- [25] Mohand Ouramdane Hamiti. *Réduction des ondulations de couple d’une machine synchrone à réluctance variable : Approches par la structure et par la commande*. thesis, Université de Nancy, June 2009.
- [26] N. Hashemi, R. Lisner, and D.G. Holmes. Acoustic noise reduction for an inverter-fed three-phase induction motor. In *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE*, pages 2030–2035, 2004.

- [27] A. Hubert. *Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques - convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone*. PhD thesis, UTC, 2000.
- [28] Arnaud Hubert and Guy Friedrich. A method for choosing the power converter control strategy to reduce the acoustic noise by taking into account the mechanical structure response. In *9th European conference EPE*, 2001.
- [29] Rakib Islam and Iqbal Husain. Analytical model for predicting noise and vibration in permanent-magnet synchronous motors. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46 :2346–2354, 2010.
- [30] K. Jabri, B. Bèle, A. Mouchette, D. Dumur, and E. Godoy. Suppression of periodic disturbances in the continuous casting process. *IEEE International Conference on Control Applications. CCA 2008*, pages 91–96, 2008.
- [31] K. Jabri, E. Godoy, D. Dumur, A. Mouchette, and B. Bèle. Cancellation of bulging effect on mould level in continuous casting : Experimental validation. *Journal of Process Control*, 21 :271–278, 2011.
- [32] Seung-Gi Jeong and M.-H. Park. The analysis and compensation of dead-time effects in PWM inverters. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 38(2) :108–114, Apr 1991.
- [33] M. Jones, S.N. Vukosavic, D. Dujic, and E. Levi. A synchronous current control scheme for multiphase induction motor drives. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 24(4) :860–868, Dec 2009.
- [34] RW Jones, Brett L Olsen, and Brian R Mace. Comparison of convergence characteristics of adaptive IIR and FIR filters for active noise control in a duct. *Applied Acoustics*, 68(7) :729–738, 2007.
- [35] B. Kang, C.H. Riedel, and C.A. Tan. Free vibration analysis of planar curved beams by wave propagation. *Journal of Sound and Vibration*, pages 19–44, 2003.
- [36] Knut Kasper. *Analysis and control of the acoustic behavior of switched reluctance drives*. PhD thesis, Institut für Leistungselektronik und Elektrische Antriebe, Aachen University, 2010.
- [37] Sen M Kuo and Dennis R Morgan. Active noise control : a tutorial review. *Proceedings of the IEEE*, 87(6) :943–973, 1999.
- [38] V. Lanfranchi, A. Hubert, and G. Friedrich. Comparison of a natural sampling and random PWM control strategy for reducing anoyances. In *EPE (10th European Conference on Power Electronics and Applications)*, 2003.
- [39] J. Le Besnerais. *Réduction du bruit audible d'origine magnétique dans les machines asynchrones alimentées par MLI - Règles de conception silencieuse et optimisation multi-objectif*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, 2008.
- [40] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, P. Brochet, and G. Friedrich. Prediction of audible magnetic noise radiated by adjustable-speed drive induction machines. In *Electric Machines and Drives Conference, 2009. IEMDC '09. IEEE International*, 2009.



- [41] J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet, and G. Friedrich. Calcul du bruit acoustique d'une machine asynchrone à pas fractionnaire. In *EF 2007*, 2007.
- [42] Quentin Leclere, Laurent Polac, Bernard Laulagnet, and Jean-Louis Guyader. Vibro-acoustique des moteurs d'automobile. *Techniques de l'ingénieur. Bruit et vibrations*, (BM2773), 2006.
- [43] David Leggate and Russel J Kerkman. Pulse-based dead-time compensator for PWM voltage inverters. *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, 44(2) :191, 1997.
- [44] Yunfeng Li, F. Marcassa, R. Horowitz, R. Oboe, and R. Evans. Track-following control with active vibration damping of a pzt-actuated suspension dual-stage servo system. In *American Control Conference, 2003. Proceedings of the 2003*, volume 3, pages 2553–2559 vol.3, June 2003.
- [45] Lennart Ljung. *System Identification - Theory for the user*. Prentice-Hall PTR, 1999.
- [46] H Mechmeche, G. Fritz, F. Gillon, A. Tounzi, and M. Hecquet. A fast and accurate multi-physic approach to predict acoustic noise : Application to SRMs. *Compumag*, 2013.
- [47] H. Mechmeche, M. Hecquet, F. Gillon, A. Tounzi, and G. Fritz. Vibration and acoustic noise prediction in an 8/6 SRM using coupled analytical multi-physic models. *ISEF*, 2013.
- [48] X. Mininger. *Réduction des vibrations des machines à réluctance variable à l'aide d'actionneur piézoélectriques*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2005.
- [49] Mahmood Momeni and Mostafa Rahimi. Simple expressions for suppression of torque and speed vibrations in pmsm drives. In *Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion (SPEEDAM), 2010 International Symposium on*, pages 953–958. IEEE, 2010.
- [50] Jakob Mørkholt and SJ Elliott. Active vibration control using state space LQG and internal model control methods. In *Fourth International Conference on Motion and Vibration Control*, pages 559–564, 1998.
- [51] Yoshihiko Okuyama and Shoji Moriyasu. Electromagnetic noise of induction motors driven by PWM inverters. *Electrical Engineering in Japan*, 2000.
- [52] P. Pellerey. Étude bibliographique et developpements - bruit et vibrations des machines Électriques. 2010.
- [53] P. Pellerey. *Etude et Optimisation du Comportement Vibro-Acoustique des Machines Electriques, Application Au Domaine Automobile*. PhD thesis, Laboratoire d'Electromécanique de Compiègne LEC EA 1006, 2012.
- [54] P. Pellerey, G. Favennec, V. Lanfranchi, and G. Friedrich. Active reduction of electrical machines magnetic noise by the control of low frequency current harmonics. In *38th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, IECON*, 2012.
- [55] P. Pellerey, V. Lanfranchi, and G. Friedrich. Coupled numerical simulation between electromagnetic and structural models. influence of the supply harmonics for syn-

- chronous machine vibrations. *Magnetics, IEEE Transactions on*, 48(2) :983–986, Feb 2012.
- [56] K. Peter, I. Scholing, and B. Orlik. Robust state-feedback  $H_\infty$ -control of a nonlinear two-mass system. In *Industry Applications Conference, 2001. Thirty-Sixth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2001 IEEE*, volume 1, pages 569–575. IEEE, 2001.
- [57] K. Peter, I Scholing, and B. Orlik. Robust output-feedback  $H_\infty$ -control with a nonlinear observer for a two-mass system. In *Industry Applications Conference, 2002. 37th IAS Annual Meeting. Conference Record of the*, volume 1, pages 650–656 vol.1, Oct 2002.
- [58] Bogdan Robu, Lucie Baudouin, Christophe Prieur, et al. Contrôle actif des vibrations dans un système fluide/structure. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 45(7) :495–511, 2011.
- [59] J. M. Rodriguez, R. Meneses, and J. Orus. Active vibration control for electric vehicle compliant drivetrains. In *IECON 2013 - 39th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2013.
- [60] A. Ruiz-Gonzalez, M.J. Meco-Gutierrez, F. Vargas-Merino, J.R. Heredia Larrubia, and F. Perez-Hidalgo. New modulation strategy to reduce the acoustic noise and vibrations radiated by PWM-controlled induction machine drives. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–3, Sept 2008.
- [61] D. Shah, M. Hilaret, and I. Bahri. Enhanced direct instantaneous torque control of switched reluctance machine with phase current limitation. In *Industrial Electronics Society, IECON 2013 - 39th Annual Conference of the IEEE*, pages 2780–2785, Nov 2013.
- [62] JN Teoh, C Du, G Guo, and L Xie. Rejecting high frequency disturbances with disturbance observer and phase stabilized control. *Mechatronics*, 18(1) :53–60, 2008.
- [63] S. Timoshenko. *Théorie des Vibrations*. Librairie Polytechnique Ch. Béranger, 1954.
- [64] D. Torregrossa, F. Peyraut, C. Espanet, A. Cassat, and A. Miraoui. New estimation of electromagnetic sound power radiated by a pm machine : an active and passive control guideline. *IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 2009.
- [65] Dimitri Torregrossa, Francois Peyraut, Maurizio Cirrincione, Christophe Espanet, Alain Cassat, and Abdellatif Miraoui. A new passive methodology for reducing the noise in electrical machines : Impact of some parameters on the modal analysis. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 46(5) :1899–1907, 2010.
- [66] AK. Wallace, R. Spee, and L.G. Martin. Current harmonics and acoustic noise in AC adjustable-speed drives. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 26(2) :267–273, Mar 1990.
- [67] World Heath Organization - Regional Office for Europe. Burden of disease from environmental noise - quantification of healthy life years lost in europe, 2011.
- [68] A.G. Yepes, J. Malvar, A. Vidal, O. Lopez, and J. Doval-Gandoy. Current harmonic compensation in symmetrical multiphase machines by resonant controllers in syn-

- chronous reference frames?part 1 : Extension to any phase number. In *IECON 2013 - 39th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, 2013.
- [69] Kemin Zhou, Keith Glover, and John Comstock Doyle. *Robust and optimal control*. Prentice Hall, Upper Saddle River N.J, cop. 1996.

# Annexe A

## Identification des modèles d'ordre 1

Les valeurs des inductances utilisées pour le modèle théorique ont été déterminées en exploitant les résultats d'un calcul par éléments finis. On cherche à vérifier ces valeurs expérimentalement puisqu'elles sont prépondérantes, comparativement aux résistances, pour la synthèse de lois de commande. Une manière simple de le faire consiste à identifier un modèle d'ordre 1 entre une tension et un courant, par exemple entre  $v_d$  et  $i_d$ , exemple que nous garderons dans ce paragraphe. Etant donné le couplage entre les axes  $d$  et  $q$ , il faut travailler sur un modèle découplé, dont les équations, exposées à la section 2.2.5, peuvent être approchées par des modèles d'ordre 1. Sur l'axe  $d$ , le modèle approché à temps continu est :

$$\frac{I_d}{\tilde{V}_d}(s) = \frac{1}{L_d\beta s + R_d}, \quad \beta = 1 - \frac{M_f^2}{L_d L_f} \quad (\text{A.1})$$

Sur l'axe  $q$  on a :

$$\frac{I_q}{\tilde{V}_q}(s) = \frac{1}{L_q s + R_q} \quad (\text{A.2})$$

Sur l'axe  $f$  :

$$\frac{I_f}{\tilde{V}_f}(s) = \frac{1}{L_f\beta s + R_f} \quad (\text{A.3})$$

Comme nous disposons de données à temps discret et que des retards interviennent, nous devons établir les équations découplées en temps discret. En reprenant les notations de la Section 3.3.2, ainsi que les équations des courants, on peut définir les tensions découplées :

$$\tilde{u}_1[k] = u_1[k] + \omega_e[k] L_q y_2[k] \quad (\text{A.4})$$

$$\tilde{u}_2[k] = u_2[k] - \omega_e[k] L_d y_1[k] \quad (\text{A.5})$$

$$\tilde{u}_3[k] = u_3[k] \quad (\text{A.6})$$

Soit si on utilise les données mesurées :

$$\tilde{u}_1[k] = v_d[k-1] + \omega_e[k] L_q i_q[k+1] \quad (\text{A.7})$$

$$\tilde{u}_2[k] = v_q[k-1] - \omega_e[k] L_d i_d[k+1] \quad (\text{A.8})$$

$$\tilde{u}_3[k] = v_f[k-1] \quad (\text{A.9})$$

Les équations aux différences reliant  $y_1$  et  $u_1$  ainsi que  $y_2$  et  $u_2$  peuvent être écrites de la façon suivante :

$$y_1[k+1] = f_1 y_1[k] + g_1 \tilde{u}_1[k] \quad (\text{A.10})$$

$$y_2[k+1] = f_2 y_1[k] + g_2 \tilde{u}_2[k] \quad (\text{A.11})$$

$$y_3[k+1] = f_3 y_3[k] + g_3 \tilde{u}_3[k] \quad (\text{A.12})$$

Soit en remplaçant par les données mesurées correspondantes :

$$i_d[k+1] = f_1 i_d[k] + g_1 \tilde{u}_1[k-1] \quad (\text{A.13})$$

$$i_q[k+1] = f_2 i_q[k] + g_2 \tilde{u}_2[k-1] \quad (\text{A.14})$$

$$i_f[k+1] = f_3 i_f[k] + g_3 \tilde{u}_3[k-1] \quad (\text{A.15})$$

On ajuste les résistances du modèle théorique en fonction du gain trouvé via les mesures afin de ne vérifier que les inductances. Il suffit alors de vérifier la cohérence entre la fréquence de brisure du modèle nominal et celle du modèle identifié.

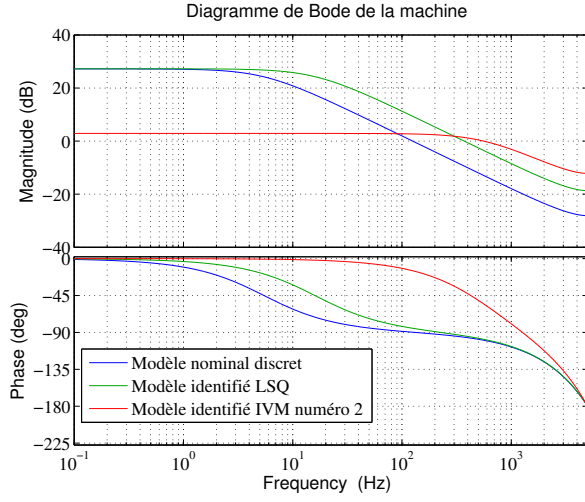
On peut cependant remarquer que l'identification de l'une des deux inductances dépend de l'autre inductance, on supposera donc celle utilisée pour le découplage comme étant correcte dans un premier temps.

Pour identifier ce modèle, on peut utiliser des mesures faites avec une excitation en tension comportant une SBPA ou des échelons. Les résultats sont donnés à la Figure A.1. Les mesures étant bruitées, on utilise pour l'identification la méthode des moindres carrés suivie de la méthode de la variable instrumentale décrites précédemment.

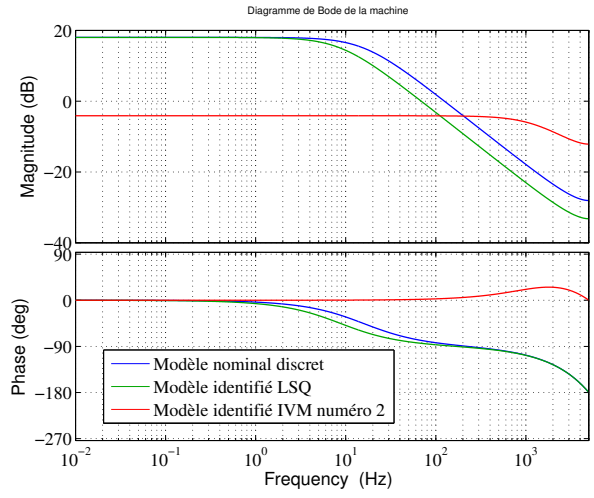
Les modèles identifiés par la méthode de la variable instrumentale sur l'axe  $d$  sont très éloignés du modèle nominal discret sur cet axe. Par ailleurs, les diagrammes de Bode de la Figure A.1, laissent à penser que les inductances utilisées pour le modèle nominal de la machine sont erronées. On note sur ces diagrammes de Bode que les modèles identifiés sur des mesures pour une excitation par échelons et pour une excitation par SBPA sont assez similaires en termes de gain et de fréquence de brisure.

En ce qui concerne les résistances de la machine, il faut signaler que celles qui ont été utilisées pour ajuster le modèle nominal sont plus importantes sur les axes  $d$  et  $q$  que leurs valeurs nominales.

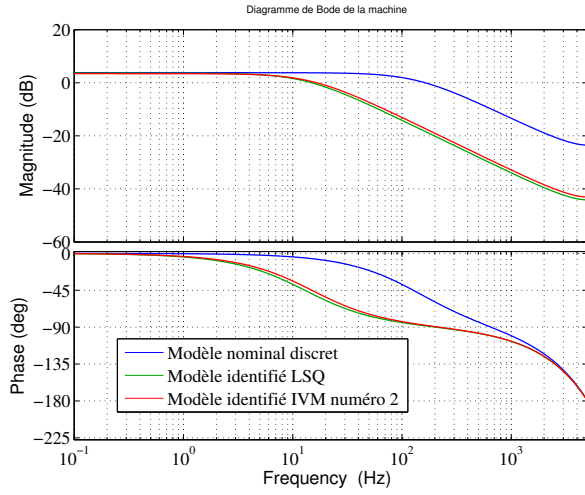
Il faut néanmoins signaler que les résultats obtenus ne sont pas fiables. En effet, le découplage des tensions nécessite une connaissance préalable des inductances qu'on cherche à déterminer. On pourrait envisager pour les améliorer de mettre en place une procédure itérative.



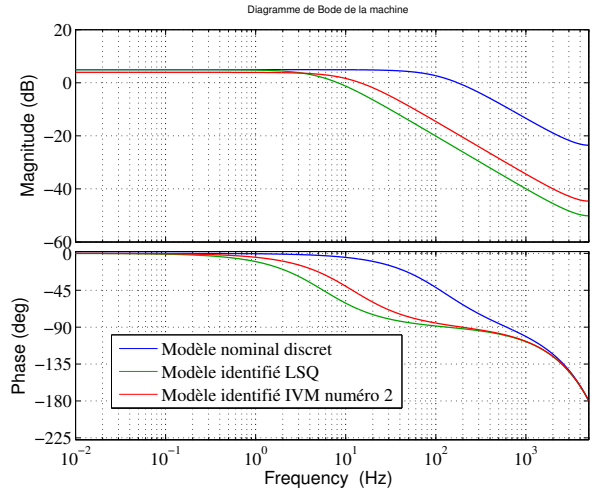
(a) Axe  $d$ , SBPA



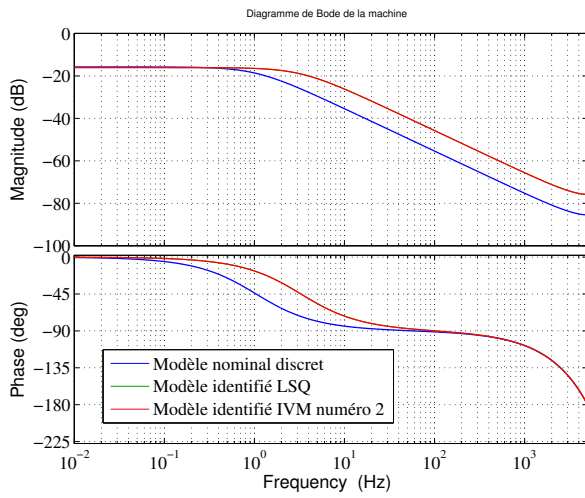
(b) Axe  $d$ , échelons



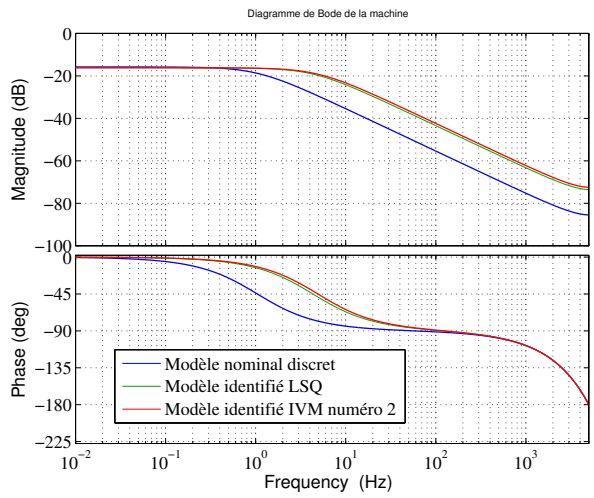
(c) Axe  $q$ , SBPA



(d) Axe  $q$ , échelons



(e) Axe  $f$ , SBPA



(f) Axe  $f$ , échelons

FIGURE A.1 – Diagrammes de Bode pour les modèles identifiés d'ordre 1



## Annexe B

# Robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques

On développe ici les incertitudes liées aux différents paramètres de la machine. Chaque paramètre est défini comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} L_d & = & L_{d0} + \delta L_d L_{d1} \\ L_q & = & L_{q0} + \delta L_q L_{q1} \\ L_f & = & L_{f0} + \delta L_f L_{f1} \\ M_f & = & M_{f0} + \delta M_f \times M_{f1} \\ R_s & = & R_{s0} + \delta R_s \times R_{s1} \\ R_f & = & R_{f0} + \delta R_f \times R_{f1} \\ \beta & = & \beta_0 + \delta \beta \beta_1 \end{array} \right. \quad (\text{B.1})$$

Pour rappel les équations de la machine sont (Equations 2.76 à 2.78) :

$$\frac{d\phi_d}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d \beta} \phi_d + \omega_e \phi_q + \frac{R_s M_f}{L_d L_f \beta} \phi_f \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{d\phi_q}{dt} = v_q - \omega_e \phi_d - \frac{R_q}{L_q} \phi_q \quad (\text{B.3})$$

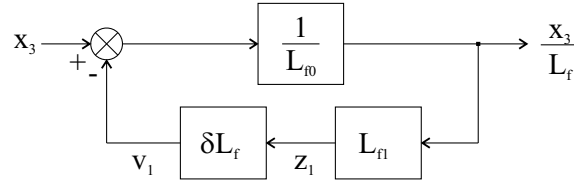
$$\frac{d\phi_f}{dt} = v_f + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta} \phi_d - \frac{R_f}{L_f \beta} \phi_f \quad (\text{B.4})$$

$$i_d = \frac{1}{L_d \beta} \phi_d - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \phi_f \quad (\text{B.5})$$

$$i_q = \frac{1}{L_q} \phi_q \quad (\text{B.6})$$

$$i_f = \frac{1}{L_f \beta} \phi_f - \frac{M_f}{L_d L_f \beta} \phi_d \quad (\text{B.7})$$




 FIGURE B.1 – Schéma équivalent pour l'incertitude sur  $L_f$ 

Pour plus de commodité, on posera  $x_1 = \phi_d, x_2 = \phi_q$  et  $x_3 = \phi_f$ .

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d\beta}x_1 + \omega_e x_2 + \frac{R_s M_f}{L_d L_f \beta}x_3 \quad (\text{B.8})$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_q - \omega_e x_1 - \frac{R_s}{L_q}x_2 \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta}x_1 - \frac{R_f}{L_f \beta}x_3 \quad (\text{B.10})$$

$$i_d = \frac{1}{L_d \beta}x_1 - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}x_3 \quad (\text{B.11})$$

$$i_q = \frac{1}{L_q}x_2 \quad (\text{B.12})$$

$$i_f = \frac{1}{L_f \beta}x_3 - \frac{M_f}{L_d L_f \beta}x_1 \quad (\text{B.13})$$

On peut commencer par travailler sur l'équation différentielle sur  $x_1$  :

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d \beta} \left( x_1 - \frac{M_f}{L_f} x_3 \right) + \omega_{e0} x_2 \quad (\text{B.14})$$

On peut réécrire l'incertitude sur  $L_f$  :

$$\frac{1}{L_f} = \frac{\frac{1}{L_{f0}}}{1 + \delta L_f \frac{L_{f1}}{L_{f0}}} \quad (\text{B.15})$$

Ceci peut être développé comme sur le schéma B.1. Sur ce schéma, la définition des incertitudes peut être clairement mise en évidence. On peut ainsi noter  $z_1 = \frac{L_{f1}}{L_{f0}}(x_3 - v_1)$  et  $v_1 = \delta L_f z_1$ . L'équation différentielle sur  $x_1$  devient alors :

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d \beta} \left( x_1 - M_f \frac{1}{L_{f0}} (x_3 - v_1) \right) + \omega_{e0} x_2 \quad (\text{B.16})$$

On développe ensuite l'incertitude sur  $M_f$  :

$$M_f \frac{1}{L_{f0}} (x_3 - v_1) = (M_{f0} + \delta M_f M_{f1}) \frac{1}{L_{f0}} (x_3 - v_1) \quad (\text{B.17})$$

$$= \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + v_2 \quad (\text{B.18})$$

Où  $v_2 = \delta M_f z_2$  et  $z_2 = M_{f1} (x_3 - v_1)$ . On obtient ainsi :

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d \beta} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} \right) + \omega_{e0} x_2 \quad (\text{B.19})$$

On pose ensuite  $z_3 = \frac{\beta_1}{\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + v_2 - v_3 \right)$  et  $v_3 = \delta\beta z_3$ .

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_d\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 \right) + \omega_{e0}x_2 \quad (\text{B.20})$$

Viennent  $z_4 = \frac{L_{d1}}{L_{d0}} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + v_2 - v_3 - v_4 \right)$  et  $v_4 = \delta L_d z_4$ , ce qui donne :

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_s}{L_{d0}\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right) + \omega_{e0}x_2 \quad (\text{B.21})$$

Enfin, l'incertitude sur  $R_s$  donne :

$$z_5 = R_{s1} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right) \quad (\text{B.22})$$

$$v_5 = \delta R_s z_5 \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{dx_1}{dt} = v_d - \frac{R_{s0}}{L_{d0}\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right) + \frac{v_5}{L_{d0}\beta_0} + \omega_e x_2 \quad (\text{B.24})$$

On s'intéresse maintenant à l'équation sur  $x_2$  :

$$\frac{dx_2}{dt} = v_q - \omega_e x_1 - \frac{R_s}{L_q} x_2 \quad (\text{B.25})$$

Par le même procédé que précédemment on pose  $z_6 = \frac{L_{q1}}{L_{q0}} (x_2 - v_6)$  et  $v_6 = \delta L_q z_6$  pour obtenir :

$$\frac{dx_2}{dt} = v_q - \omega_e x_1 - \frac{R_s}{L_{q0}} (x_2 - v_6) \quad (\text{B.26})$$

Puis :

$$z_7 = R_{s1} (x_2 - v_6), \quad v_7 = \delta R_s z_7 \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{dx_2}{dt} = v_q - \omega_e x_1 - \frac{R_{s0}}{L_{q0}} (x_2 - v_6) + \frac{v_7}{L_{q0}} \quad (\text{B.28})$$

On s'intéresse enfin à l'équation différentielle sur  $x_3$  :

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f M_f}{L_d L_f \beta} x_1 - \frac{R_f}{L_f \beta} x_3 \quad (\text{B.29})$$

On peut factoriser cette équation afin de limiter le nombre d'incertitudes qui apparaîtront, puis on procède comme pour l'équation sur  $x_1$  :

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f}{L_f \beta} \left( \frac{M_f}{L_d} x_1 - x_3 \right) \quad (\text{B.30})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f}{L_f \beta} \left( \frac{M_f}{L_{d0}} (x_1 - v_8) - x_3 \right) \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f}{L_f \beta} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 \right) \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f}{L_f \beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} \right) \quad (\text{B.33})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_f}{L_{f0}\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right) \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{dx_3}{dt} = v_f + \frac{R_{f0}}{L_{f0}\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right) + \frac{1}{L_{f0}\beta_0} v_{12} \quad (\text{B.35})$$

|  |                                |
|--|--------------------------------|
| $z_1 = \frac{L_{f1}}{L_{f0}} (x_3 - v_1)$  | $v_1 = \delta L_f z_1$         |
| $z_2 = M_{f1} (x_3 - v_1)$   | $v_2 = \delta M_f z_2$         |
| $z_3 = \frac{\beta_1}{\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 \right)$              | $v_3 = \delta \beta z_3$       |
| $z_4 = \frac{L_{d1}}{L_{d0}} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right)$          | $v_4 = \delta L_d z_4$         |
| $z_5 = R_{s1} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right)$                         | $v_5 = \delta R_s z_5$         |
| $z_6 = \frac{L_{q1}}{L_{q0}} (x_2 - v_6)$  | $v_6 = \delta L_q z_6$         |
| $z_7 = R_{s1} (x_2 - v_6)$   | $v_7 = \delta R_s z_7$         |
| $z_8 = \frac{L_{d1}}{L_{d0}} (x_1 - v_8)$  | $v_8 = \delta L_d z_8$         |
| $z_9 = M_{f1} (x_1 - v_8)$   | $v_9 = \delta M_f z_9$         |
| $z_{10} = \frac{\beta_1}{\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} \right)$        | $v_{10} = \delta \beta z_{10}$ |
| $z_{11} = \frac{L_{f1}}{L_{f0}} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right)$ | $v_{11} = \delta L_f z_{11}$   |
| $z_{12} = R_{f1} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right)$                | $v_{12} = \delta R_f z_{12}$   |

TABLE B.1 – Récapitulatif des incertitudes

L'ensemble des entrées et sorties  $v$  et  $z$  supplémentaires définies pour la machine sont récapitulées au Tableau B.1.

On peut maintenant réécrire les équations des courants avec les incertitudes définies.

$$i_d = \frac{1}{L_{d0}\beta_0} \left( x_1 - \frac{M_{f0}}{L_{f0}} (x_3 - v_1) + \frac{v_2}{L_{f0}} - v_3 - v_4 \right) \quad (\text{B.36})$$

$$i_q = \frac{R_s}{L_{q0}} (x_2 - v_6) \quad (\text{B.37})$$

$$i_f = -\frac{1}{L_{f0}\beta_0} \left( \frac{M_{f0}}{L_{d0}} (x_1 - v_8) + \frac{v_9}{L_{d0}} - x_3 - v_{10} - v_{11} \right) \quad (\text{B.38})$$

# Annexe C

## Acronymes et notations utilisés

### Acronymes

|              |  |
|--------------|--|
| <b>ANC</b>   | <i>Active Noise Control</i>                                  |
| <b>FAR</b>   | Filtre Anti-Repliement                                       |
| <b>FEM</b>   | Finite Element Method - Méthode des éléments finis           |
| <b>FIR</b>   | Filtre à Réponse Impulsionnelle Finie                        |
| <b>FMM</b>   | Force Magnéto-Motrice  |
| <b>FxLMS</b> | Filtered-x Least Mean Square                                 |
| <b>IMC</b>   | Commande par Modèle Interne                                  |
| <b>IIR</b>   | Filtre à Réponse Impulsionnelle Infinie                      |
| <b>IVM</b>   | Méthode de la variable instrumentale                         |
| <b>LMS</b>   | Méthode des moindres carrés : <i>Least Mean Square</i>       |
| <b>MLI</b>   | Modulation de Largeur d'Impulsion                            |
| <b>MRV</b>   | Machine à Réluctance Variable                                |
| <b>MSRB</b>  | Machine Synchrone à Rotor Bobiné                             |
| <b>NVH</b>   | Bruits et Vibrations : <i>Noise, Vibration and Harshness</i> |
| <b>SBPA</b>  | Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire                            |

### Nomenclature

#### Grandeurs liées aux efforts électromagnétiques

|            |  |
|------------|--|
| $B_r, B_t$ | Composantes radiale et tangentielle de l'induction |
| $\mu_0$    | Perméabilité magnétique du vide                    |
| $\sigma$   | Tenseur de Maxwell                                 |

#### Harmoniques considérés

|       |                           |
|-------|---------------------------|
| $C_h$ | Harmonique $h$ de courant |
| $H_h$ | Harmonique vibratoire $h$ |

**Grandeurs liées au modèle mécanique**

|                |   |
|----------------|---|
| $h$            | Épaisseur du stator                           |
| $\nu$          | Coefficient de Poisson                        |
| $\omega_n$     | Pulsation de résonance du stator              |
| $\rho$         | Masse volumique                               |
| $\theta$       | Coordonnée angulaire sur le stator            |
| $A$            | Aire d'une section de l'anneau                |
| $E$            | Module d'Young                                |
| $I$            | Moment quadratique de l'anneau ou du cylindre |
| $L$            | Longueur du stator                            |
| $R$            | Rayon moyen du stator                         |
| $U(t, \theta)$ | Déplacement tangentiel d'un point du stator   |
| $W(t, \theta)$ | Déplacement radial d'un point du stator       |
| $E$            | Module d'Young                                |

**Grandeurs liées au modèle électrique**

|                            |   |
|----------------------------|---|
| $\Gamma$                   | Couple fourni par la machine                                    |
| $\omega_e$                 | Vitesse électrique de la machine                                |
| $\phi_x$                   | Flux magnétique circulant dans la machine sur l'axe $x$         |
| $\theta_e$                 | Position électrique du rotor : angle entre les axes $f$ et $a$  |
| $\tilde{v}_d, \tilde{v}_q$ | Tensions découplées dans le repère de Park                      |
| $a, b, c$                  | Indices correspondants au repère des bobinages (lié au stator)  |
| $d, q$                     | Indices correspondant aux axes du stator dans le repère de Park |
| $f$                        | Indice correspondant à l'axe du rotor                           |
| $i_x$                      | Courant sur l'axe $x$   |
| $L_x$                      | Inductance propre sur l'axe $x$                                 |
| $M_f$                      | Inductance mutuelle entre les axes $d$ et $f$                   |
| $M_{xy}$                   | Inductance mutuelle entre les axes $x$ et $y$                   |
| $N$                        | Vitesse mécanique du moteur (en rad/s)                          |
| $p$                        | Nombre de paires de pôles du rotor                              |
| $R_f$                      | Résistance du bobinage du rotor                                 |
| $R_s$                      | Résistance des bobinages du stator                              |
| $v_x$                      | Tensions en entrée de la machine sur l'axe $x$                  |

**Grandeurs pour la commande**

|                        |   |
|------------------------|---|
| $d_d, d_q$             | Perturbations intervenant sur les axes $d$ et $q$ de la machine |
| $v_{d,NVH}, v_{q,NVH}$ | Tensions de commande de la régulation harmonique                |
| $W_1, W_2, W_3$        | Fonctions de pondération pour la synthèse $H_\infty$            |